



**Escola Tècnica Superior d'Enginyeries  
Industrial i Aeronàutica de Terrassa**  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Titulació:  
**Ingeniería Aeronáutica**

Alumno:  
**Javier Escalera Siles**

Título PFC:  
**Estudio aerodinámico de un aerogenerador  
mediante teoría BEM (Blade Element Momentum)**

Director del PFC:  
**Pau Nualart Nieto**

Convocatoria de entrega del PFC:  
**Septiembre 2014**

Contenido de este volumen: **MEMORIA**





**Escola Tècnica Superior d'Enginyeries  
Industrial i Aeronàutica de Terrassa**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# **Estudio aerodinámico de un aerogenerador mediante teoría BEM (Blade Element Momentum)**

---

Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Industrial i Aeronàutica  
de Terrassa

**Ingeniería Aeronáutica**

Autor: **Javier Escalera Siles**  
Director del PFC: **Pau Nualart Nieto**

**Septiembre de 2014**

## Resumen

*La generación de energía eléctrica a partir de energía cinética procedente del viento ha cobrado importancia, en los últimos años, debido al aumento de la demanda energética global y a la creciente sensibilización medioambiental. En este contexto, el estudio aerodinámico juega un papel fundamental estimando la producción energética anual. El presente trabajo contiene toda la información necesaria para implementar un método de cálculo de fuerzas aerodinámicas. El uso de un modelo no estacionario (Beddoes-Leishman) supone una mejora sustancial en el modelo original, formado por la combinación de la teoría de disco actuador y elemento de pala (BEM). Las limitaciones propias del modelo original motivan a estudiar nuevos modelos complementarios que aparecen para corregir dichas limitaciones. Tras la realización de un código de cálculo en Matlab, los resultados son validados mediante una comparativa de resultados analíticos y experimentales obtenidos sobre el modelo de turbina de TUDelft. Los resultados son positivos, por lo que el programa realizado puede ser utilizado de manera satisfactoria en la estimación de fuerzas aerodinámicas.*

**Palabras clave:** Turbina, Aerodinámica, BEM, Beddoes-Leishman, código, Matlab, Validación.

## Abstract

*Energy harvesting from wind's kinetics energy has emerged as a major theme in recent years due to rising energy demand and growing environmental awareness. In this context, the aerodynamic study plays an important role estimating the annual energy yield. The present work contains all the information necessary to implement a calculation method for the aerodynamic forces. An unsteady model (Beddoes-Leishman) represents a substantial improvement in the original model based on the combined Momentum and Blade Element Theory (BEM). The inherent limitations of the original method motivate us to study new complementary models which make possible to correct such limitations. Following the development of a calculation code in Matlab, the results are validated by a comparison between simulation and experimental results obtained on the TUDelft wind turbine. The results are positive and the code can either be used on its own as a complementary tool in the estimation of forces.*

**Keywords:** Turbine, Aerodynamic, BEM method, Beddoes-Leishman model, code, Matlab, Validation.

## Índice general

<b>Capítulo 1. Introducción.....</b>	<b>9</b>
<b>1.1. Estado del arte .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2. Objetivo y justificación .....</b>	<b>10</b>
<b>1.3. Alcance del proyecto .....</b>	<b>11</b>
<b>1.4. Especificaciones .....</b>	<b>12</b>
<b>Capítulo 2. Fundamentos teóricos.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1. Evolución histórica .....</b>	<b>13</b>
2.1.1. Estado actual .....	15
2.1.1. Desarrollo futuro .....	17
<b>2.2. Aerodinámica de aerogeneradores de eje horizontal.....</b>	<b>18</b>
2.2.1. Principios físicos.....	18
2.2.2. Teoría del disco actuador.....	23
2.2.2.1. Momento lineal .....	24
2.2.2.2. Momento angular .....	25
2.2.3. Teoría del elemento de pala.....	26
2.2.4. Limitaciones y correcciones.....	28
2.2.4.1. Limitaciones intrínsecas del modelo.....	28
2.2.4.2. Limitaciones experimentales.....	31
2.2.4.2.1. Extrapolación de coeficientes.....	32
2.2.4.2.2. Retraso en la entrada en pérdida (stall delay).....	32
2.2.4.2.3. Pérdida dinámica (dynamic stall).....	33
2.2.4.3. Correcciones.....	34
<b>Capítulo 3. Desarrollo del código.....</b>	<b>39</b>
<b>3.1. Modelo teórico .....</b>	<b>39</b>
3.1.1. Sistema de coordenadas .....	39
3.1.2. Modificación de coeficientes.....	41
3.1.2.1. Formulación matemática .....	41
3.1.2.2. Validación del modelo.....	43
3.1.3. Beddoes-Leishman.....	46
3.1.3.1. Flujo adherido.....	47
3.1.3.2. Flujo desprendido .....	49
3.1.3.3. Discretización y condiciones iniciales.....	50
3.1.3.4. Validación del modelo.....	55
3.1.4. Modelo BEM.....	59
3.1.4.1. Formulación matemática .....	59
3.1.4.2. Discretización y algoritmo de resolución.....	63
3.1.5. Integración de fuerzas aerodinámicas.....	67

3.2. Estructura y funcionamiento.....	70
<b>Capítulo 4. Validación del código .....</b>	<b>74</b>
4.1. Modelo experimental .....	74
4.2. Caso 1: Flujo axial .....	76
4.3. Caso 2: Guiñada (30 grados) .....	79
4.4. Caso 3: Guiñada (45 grados) .....	83
<b>Capítulo 5. Conclusiones y trabajo futuro.....</b>	<b>86</b>
<b>Impacto medioambiental .....</b>	<b>88</b>
<b>Organización y planificación.....</b>	<b>89</b>
Lista de tareas o actividades.....	89
Diagrama de Gantt.....	91
<b>Bibliografía.....</b>	<b>92</b>

## Índice de figuras

Figura 2.1 Molino de viento tipo persa .....	13
Figura 2.2 Izquierda: Molino de viento holandés. Derecha: Molino de viento griego ...	14
Figura 2.3 Rotor de Darrieus .....	15
Figura 2.4 Potencia global instalada (2013) .....	16
Figura 2.5 Parque eólico en el Mar del Norte (300 MW) .....	17
Figura 2.6 Estimación para los próximos años (2014-2018) .....	18
Figura 2.7 Momento 1: Creación del vórtice inicial.....	19
Figura 2.8 Momento 2: Cumplimiento de la condición de Kutta .....	19
Figura 2.9 Creación de vórtices temporales ('shed vortices').....	20
Figura 2.10 Reconstrucción de la estela en una turbina.....	20
Figura 2.11 Reconstrucción de la estela helicoidal en condiciones de flujo axial .....	21
Figura 2.12 Visualización de la estela (NASA Ames Research Center).....	21
Figura 2.13 Reconstrucción de la estela helicoidal en condiciones de guiñada .....	22
Figura 2.14 Concepto de disco actuador .....	24
Figura 2.15 Trayectoria de una partícula de aire que atraviesa el disco .....	25
Figura 2.16 División del disco en Anillos .....	26
Figura 2.17. División de las palas en elementos .....	27
Figura 2.18 Fuerzas y velocidades en el elemento de pala .....	28
Figura 2.19 Estela de torbellinos .....	29
Figura 2.20 Vorticidad en la estela tras un cambio en el ángulo de paso.....	30
Figura 2.21 Estados del disco actuador .....	31
Figura 2.22 Retraso en la pérdida y aumento de sustentación .....	32
Figura 2.23 Variación en el coeficiente de sustentación (caso no estacionario) .....	33
Figura 2.24 Proceso de la pérdida dinámica .....	34
Figura 2.25 Estela en condición de guiñada .....	35
Figura 2.26 Resumen de los principales modelos correctivos .....	38
Figura 3.1 Sistemas de referencia (Vista general).....	39
Figura 3.2 Sistemas de referencia (Vista frontal).....	40
Figura 3.3 Geometría de las palas UAE phase-VI .....	43
Figura 3.4 Simulación 1: Coeficiente de sustentación ( $c/r=0,17$ ; $\theta=5,89$ ) .....	44
Figura 3.5 Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $c/r=0,47$ ; $\theta=19,08^\circ$ ).....	44
Figura 3.6 Simulación 1: Coeficiente de resistencia .....	45
Figura 3.7 Perturbación en el ángulo de ataque y campo de velocidad .....	46
Figura 3.8 Ejes viento y ejes cuerpo .....	47
Figura 3.9 Campo de velocidades según la teoría del ala larga de Prandtl .....	48
Figura 3.10 Punto de desprendimiento según la teoría potencial de Kirchhoff .....	49
Figura 3.11 Contribución de los distintos módulos (BL).....	53
Figura 3.12 Algoritmo de resolución (BL) .....	54

Figura 3.13 Simulación 1: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ; $A_0=8$ ; $A=5,5$ ).....	55
Figura 3.14 Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ; $A_0=14$ ; $A=5,5$ ).....	56
Figura 3.15 Simulación 3: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ; $A_0=8$ ; $A=10$ ) .....	56
Figura 3.16 Simulación 4: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ; $A_0=14$ ; $A=10$ ).....	57
Figura 3.17 Simulación 1: Coeficiente de resistencia ( $k=0,026$ ; $A_0=8$ ; $A=5,5$ ) .....	57
Figura 3.18 Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ; $A_0=14$ ; $A=5,5$ ).....	58
Figura 3.19 Simulación 3: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ; $A_0=8$ ; $A=10$ ) .....	58
Figura 3.20 Simulación 4: Coeficiente de resistencia ( $k=0,077$ ; $A_0=14$ ; $A=10$ ) .....	59
Figura 3.21 Disco actuador en condiciones de guiñada.....	60
Figura 3.22 Elemento de pala y composición de velocidades .....	62
Figura 3.23 Discretización de elementos.....	64
Figura 3.24 Algoritmo de resolución (BEM) .....	66
Figura 3.25 Fuerzas y momentos inducidos en el punto O .....	67
Figura 3.26 Modelo de archivo .txt.....	70
Figura 4.1 Turbina TUDelft.....	75
Figura 4.2 Simulación 1: Ángulo de ataque .....	76
Figura 4.3 Simulación 1: Velocidad relativa.....	76
Figura 4.4 Simulación 1: Factor de Prandtl.....	77
Figura 4.5 Simulación 1: Factor de inducción axial.....	77
Figura 4.6 Simulación 1: Coeficiente de sustentación.....	78
Figura 4.7 Simulación 1: Tracción.....	78
Figura 4.8 Simulación 1: Par.....	79
Figura 4.9 Simulación 2: Ángulo de ataque .....	80
Figura 4.10 Simulación 2: Coeficiente de sustentación.....	81
Figura 4.11 Simulación 2: Factor de inducción axial.....	81
Figura 4.12 Simulación 2: Tracción.....	82
Figura 4.13 Simulación 2: Par.....	82
Figura 4.14 Simulación 3: Ángulo de ataque .....	83
Figura 4.15 Simulación 3: Coeficiente de sustentación.....	84
Figura 4.16 Simulación 3: Factor de inducción axial.....	84
Figura 4.17 Simulación 3: Tracción.....	85
Figura 4.18 Simulación 3: Pa.....	85
Figura 7.1 Diagrama de Gantt.....	91
Figura 7.2 Continuación del diagrama de Gantt .....	91



## Índice de tablas

Tabla 2.1 Potencia nominal de los principales fabricantes.....	16
Tabla 2.2 Principales actores en la creación del disco actuador.....	23
Tabla 2.3 Principales actores en la creación del elemento de pala .....	27
Tabla 2.4 Modificación en el parámetro K de la ecuación de Glauert .....	35
Tabla 3.1 Variables utilizadas en la simulación (Modificación de coeficientes).....	43
Tabla 3.2 Parametros experimentales (BL).....	52
Tabla 3.3 Condiciones iniciales (Modelo de Beddoes-Leishman) .....	53
Tabla 3.4 Variables utilizadas en la simulación (BL).....	55
Tabla 3.5 Formato de variables de salida.....	72
Tabla 4.1 Parámetros turbina TUDelft .....	74
Tabla 4.2 Variables utilizadas en la simulación (BEM) .....	75
Tabla 4.3 Simulación 1: Comparativa de coeficientes (Caso 1) .....	79
Tabla 4.4 Comparación en el coeficiente de tracción (Caso 2).....	80
Tabla 4.5 Comparación en el coeficiente de tracción (Caso 3).....	83
Tabla 7.1 Lista de tareas.....	89
Tabla 7.2 Duración de las tareas.....	90

## Lista de símbolos

$\dot{m}$	- Flujo másico (kg/s)
$\rho$	- Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
$A$	- Área transversal del rotor (m <sup>2</sup> )
$U_d = U'$	- Velocidad a la altura del rotor (m/s)
$U_\infty$	- Velocidad del flujo sin perturbar (m/s)
$U_W$	- Velocidad del flujo aguas abajo (m/s)
$u_a$	- Velocidad media axial inducida por el rotor (anular) (m/s)
$u_{ac}$	- Velocidad media axial inducida calculada (anular) (m/s)
$a$	- Factor de inducción axial ( $u_a/U_\infty$ ) (m/s)
$\Omega$	- Velocidad angular del rotor (rad/s)
$\omega$	- Frecuencia física del fluido (rad/s)
$R_t = R$	- Radio total de la pala (m)
$R_r$	- Distancia entre el punto de giro y la raíz (m)
$L$	- Longitud real de la pala ( $R_t - R_r$ ) (m)
$u_t$	- Velocidad tangencial inducida por el rotor (anular) (m/s)
$a'$	- Factor de inducción tangencial ( $u_t/\Omega R$ )
$\delta Q$	- Par aplicado en el elemento de pala (Nm/m)
$\delta T$	- Fuerza axial aplicada en el elemento de pala (Nm)
$\delta F_t$	- Fuerza tangencial aplicada en el elemento de pala (Nm)
$C_T$	- Coeficiente de tracción
$C_P$	- Coeficiente de potencia
$P$	- Potencia
$W = V_r$	- Velocidad relativa que ve el elemento de pala (2D) (m/s)
$V_{rel}$	- Velocidad relativa que ve el rotor (3D) (m/s)
$V_A$	- Velocidad dinámica de la pala (Ejes $\eta$ - $\zeta$ - $\xi$ ) (m/s)
$B$	- Número de palas
$C_L$	- Coeficiente de sustentación
$C_D$	- Coeficiente de resistencia
$C_{L3D}$	- Coeficiente de sustentación tridimensional
$C_{D2D}$	- Coeficiente de sustentación bidimensional
$C_N$	- Coeficiente de sustentación normal
$C_C$	- Coeficiente de resistencia (en el sentido de la cuerda )
$C_m$	- Coeficiente de momento
$\alpha$	- Ángulo de ataque (grados)
$\alpha_s$	- Ángulo de ataque en pérdida (grados)
$C_{l_s}$	- Coeficiente de sustentación en condiciones de pérdida

$C_{l_\alpha}$	- Pendiente curva de sustentación (1/rad)
$el_\tau$	- Número de intervalos temporales
$el_b$	- Número de elementos
$N_{rev}$	- Número de revoluciones
$\lambda$	- Velocidad específica (Tip speed ratio) ( $\Omega R_t / U_\infty$ )
$t$	- Tiempo (s)
$f_t$	- Factor de Prandtl en la punta
$f_r$	- Factor de Prandtl en la raíz
$f$	- Punto de desprendimiento (m) o factor de Prandtl ( $f_t \cdot f_r$ )
$v$	- Deflexión local de la pala (m)
$v'$	- Pendiente local
$Re$	- Número de Reynolds
$F_{sa}$	- Resultado de la ecuación de Glauert
$K$	- Parámetro correctivo de Glauert
$r$	- Posición radial de un elemento cualquiera (m)
$c$	- Cuerda (m)
$AR$	- Relación de aspecto (aspect ratio) ( $L/c$ )
$d_a$	- Distancia entre el rotor y el punto 0 (Yaw bearing) (m)
$\chi_s$	- Ángulo de desviación en la estela (skew angle) (grados)
$\phi$	- Ángulo azimutal (grados)
$\psi$	- Ángulo de guiñada o 'Yaw' (grados)
$\chi$	- Ángulo de 'tilt' (grados)
$\theta$	- Ángulo de cabeceo o 'pitch' (grados)
$\theta_{twist}$	- Ángulo de torsión (grados)
$\beta$	- Ángulo de conicidad o 'coning angle' (grados) o $\sqrt{1 - M^2}$
$\varphi$	- Ángulo de 'Inflow' (grados)
$k$	- Frecuencia reducida ( $\omega c / 2V_{rel}$ )
$\bar{v}_0$	- Distancia entre un elemento cualquiera y el punto O
$K_l$	- Ecuación referente al modelo de Viterna
$K_d$	- Ecuación referente al modelo de Viterna
$A_1$	- Parámetro experimental (0,3) o matriz de transformación
$A_2$	- Parámetro experimental (0,7) o matriz de transformación
$b_1$	- Parámetro experimental (0,14)
$b_2$	- Parámetro experimental (0,53)
$K_\alpha$	- Parámetro experimental (0,75)
$T_P$	- Parámetro experimental (1,5)
$T_f$	- Parámetro experimental (5)
$T_v$	- Parámetro experimental (6)
$T_{vl}$	- Parámetro experimental (5)

$St$  - Número de Strouhal, típicamente de 0,19.

**Subíndices**

$i$  - Elemento

$b$  - Pala

$\tau$  - Intervalo temporal

**Superíndices**

$s$  - Estacionario

$u$  - No estacionario

## Capítulo 1. Introducción

La energía eléctrica se ha convertido en un bien fundamental en el desarrollo económico y social de cualquier sociedad. En la actualidad, dependemos todavía de formas de energía nocivas para el medio ambiente que deben cubrir el consumo en aumento de toda la población. El incremento continuado de habitantes y el elevado estándar de vida han aumentado la demanda energética global, convirtiendo su uso en un problema medioambiental grave.

En este ámbito, la necesidad de obtener energía de manera limpia y segura ha facilitado la ascensión de formas de energía alternativa como la eólica. Se estima que en el año 2050 la energía proporcionada por el viento alcance un 18% de la energía generada global [1]. Es necesario reducir los costes con tal de poder competir contra las fuentes convencionales de energía como la energía nuclear y los combustibles fósiles y poder, de este modo, proporcionar todo este potencial energético.

El mecanismo de obtención, basado en turbinas eólicas, es un sistema complejo compuesto por distintos subsistemas que trabajan conjuntamente de forma acoplada. Cada turbina debe adaptarse al emplazamiento teniendo presentes las características topográficas y meteorológicas del lugar. Por este motivo, el diseño de turbinas de eje horizontal tiene en cuenta multitud de aspectos que deben ser estudiados con tal de encontrar el modelo óptimo en precio y funcionamiento. El diseño multidisciplinar integra aerodinámica, mecánica, estudio de materiales y control. El objetivo final, maximizar la extracción de energía, reducir los costes y maximizar la vida del sistema.

En este contexto, el estudio aerodinámico juega un papel fundamental estimando la producción energética anual. El conocimiento de las cargas aerodinámicas y su interacción con las fuerzas dinámicas del sistema proporciona la información necesaria para predecir los costes de los componentes del aparato.

### 1.1. Estado del arte

Numerosos programas informáticos han aparecido con la finalidad de conocer las cargas aerodinámicas que actúan sobre las palas. En general, existen distintos modelos matemáticos que son implementados en estos programas [2].

En la actualidad, la gran mayoría de herramientas utilizan la teoría BEM (Blade-element momentum) como modelo principal de cálculo. A pesar de que los resultados que ofrece no son válidos en ciertas condiciones, es un método que requiere poco tiempo de cálculo. Existen diferentes versiones del modelo clásico que intentan mejorar ciertas deficiencias que presenta. El uso de esta teoría posibilita la obtención de resultados bastante buenos en axial, mientras que en condiciones no estacionarias los resultados difieren de la realidad. Esto es debido a que durante la obtención de las ecuaciones se realizan multitud de simplificaciones que han de ser subsanadas con métodos correctivos. En este sentido, diversos software comerciales emplean esta teoría como método aerodinámico de cálculo: PROPID [3], ROTABEM, GH BLADED [4], HawC, PHATAS, VIDYN, AERODYN [5] [6] [7] y FAST\_AD [8].

El uso de modelos matemáticos más complejos ha permitido obtener una descripción más realista del flujo tridimensional desarrollado en el entorno de la turbina. Estos modelos se desarrollan en torno a suposiciones de flujo potencial: Método de paneles, superficie sustentadora y línea sustentadora. En estos modelos la estela y las palas se presentan como un conjunto de singularidades (vórtices, dobletes y fuentes) que combinados ofrecen soluciones bastante buenas. La geometría de la estela queda definida a partir de medidas experimentales ('prescribed vortex method') o es calculada directamente mediante el modelo de flujo propuesto ('free vortex method'). Algunos programas de cálculo son: AWSM, GENUVP, HawtDawg y LilCode [9].

Finalmente, el uso de las ecuaciones de Navier-Stokes permite el conocimiento completo de las fuerzas aerodinámicas en todos los casos de operación. La resolución de las ecuaciones se realiza por análisis numérico (CFD) mediante la discretización de las ecuaciones en un dominio espacio-temporal. El tiempo de ejecución es mucho mayor por lo que su uso se ha visto reducido a estudios muy concretos. Aún así, existen diversos programas que utilizan estas ecuaciones como forma de cálculo, teniendo en cuenta simplificaciones en el modelo original: ADDWANS, HawC-3D, EllipSys3Dy HybridCFD. Cuando el fluido es tratado como compresible y no viscoso la ecuación a solucionar es la de Euler y el método de cálculo difiere del anterior. En este caso, el método de aceleración potencial aparece como una posible solución: PREDICAT/PREDICDYN.

## **1.2. Objetivo y justificación**

El presente trabajo tiene como objetivo implementar y validar un código BEM en condiciones de flujo axial y flujo no estacionario. El código tendrá presente posibles modificaciones en el ámbito aeroelástico, por lo que será fácilmente

mejorable. En este contexto, el código presentará ciertas limitaciones. En el estudio aerodinámico, se supone que los datos de la turbina son conocidos, por lo que el programa no tendrá en cuenta la optimización geométrica de las palas.

El uso de la teoría BEM es justificable en el momento actual. Todo hace indicar que en el futuro el incremento de potencia computacional permitirá el uso de modelos más avanzados en el cálculo aerodinámico de turbinas. Hay que tener en cuenta que este incremento se verá parcialmente limitado por la necesidad de emplear también modelos más complejos durante el análisis estructural.

El conocimiento de modelos más sencillos puede facilitar, además, la comprensión de otros más avanzados.

El método BEM produce datos bastante precisos en condiciones de flujo axial adherido. Se ha demostrado que el método es suficientemente bueno en condiciones de pérdida cuando los datos del perfil empleado son conocidos. Su posible extensión a flujo en guiñada no se conoce totalmente, por lo que aún existe recorrido en el estudio aerodinámico del método. A pesar de que los métodos avanzados proporcionan una base física más sólida, se ha demostrado que no necesariamente deben generar resultados mejores [10].

### 1.3. Alcance del proyecto

Como se ha comentado anteriormente, el presente trabajo tiene la finalidad de realizar y validar un código BEM. En este sentido, sólo se tiene en cuenta la formulación necesaria para implementar dicho modelo y las correcciones necesarias para solucionar limitaciones derivadas. En este sentido, un estudio detallado de los principios físicos es necesario para implementar de manera correcta estas soluciones. El programa realizado no tiene en cuenta modelos teóricos más complejos relacionados con CFD o flujo potencial. El programa sí tiene en cuenta ciertos efectos aeroelásticos derivados, a pesar de que su implementación aún se encuentra en fase inicial.

Así pues:

El capítulo 2 presenta los fundamentos teóricos desde una perspectiva histórica. Se presentan los modelos matemáticos que han permitido configurar lo que se conoce como teoría BEM. Se presentan las limitaciones del método y distintos métodos que han aparecido con tal de contrarrestar dichas limitaciones. Es

importante conocer estas restricciones para entender correctamente los resultados que ofrece la teoría.

El capítulo 3 muestra el modelo teórico empleado durante la realización del código y la estructura y organización del mismo. Incluye una explicación detallada de los métodos utilizados. Se presentan distintos modelos implementados que permiten corregir los coeficientes aerodinámicos y se presentan las ecuaciones utilizadas en el modelo BEM implementado.

El capítulo 4 presenta una comparación entre datos experimentales realizados sobre el modelo de turbina de TUDelft y datos analíticos obtenidos mediante el código BEM realizado. Se presentan, primero, los resultados obtenidos bajo flujo axial y, posteriormente, bajo condiciones de guiñada.

Finalmente, en el capítulo 5 se extraen conclusiones en relación al proyecto, y se aportan sugerencias referentes a trabajos futuros.

#### **1.4. Especificaciones**

El programa realizado debe tener en cuenta ciertos aspectos importantes que deben cumplirse para su buen funcionamiento:

- El programa debe estimar las fuerzas aerodinámicas inducidas en el rotor a lo largo de toda la pala en instantes de tiempo diferentes. El estudio en distintas revoluciones también está considerado.
- El programa debe, también, tener en cuenta efectos no estacionarios y efectos inducidos por la rotación.
- En caso de ser necesario, el programa debe permitir la extrapolación de coeficientes hasta por lo menos un ángulo de ataque de 90 grados.
- El tiempo de ejecución debe ser mínimo con tal de aventajar, en este aspecto, a otro tipo de programas de complejidad superior (<5 minutos). Todo dependerá por eso de la discretización de los elementos.
- El programa debe ser fácilmente modificable y reutilizable. El uso combinado con otros módulos está considerado.



## Capítulo 2. Fundamentos teóricos

El siguiente capítulo presenta los conceptos principales utilizados posteriormente en el proyecto. Inicialmente, se presenta una breve introducción histórica que permite contextualizar el tema a tratar. Desde un punto de vista aerodinámico, se muestran los distintos modelos matemáticos que han permitido configurar lo que se conoce como teoría BEM. Finalmente, se muestran las limitaciones del modelo final y se presentan distintos modelos correctivos que permiten minimizar dichas limitaciones.

### 2.1. Evolución histórica

Un molino de viento o aerogenerador es una máquina que transforma la energía del viento en energía mecánica. Dicha transformación, se realiza mediante la unión de unas aspas o palas a un eje común movido por el viento. Este eje giratorio, puede utilizarse para moler trigo, bombear agua o generar electricidad.

Si el eje se conecta a una carga mecánica, recibe el nombre de molino de viento. Si se conecta a un generador eléctrico, recibe el nombre de aerogenerador.

La referencia más antigua que se tiene de la eólica es un molino de viento que fue utilizado para hacer funcionar un órgano en el Siglo I. Los persas fueron probablemente los primeros en aplicar la energía eólica a la agricultura de forma masiva, usando motores de eje vertical para elevar agua de irrigación (siglo VII) y moler grano (Figura 2.1). Los molinos chinos, de influencia persa, fueron utilizados posteriormente para mover agua en los campos de arroz.

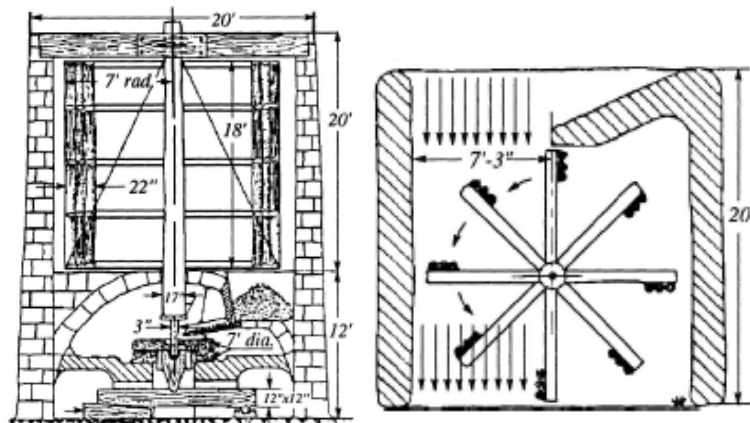


Figura 2.1 Molino de viento tipo persa [11]

En Europa, los primeros molinos aparecieron en el Siglo XII en Francia e Inglaterra, y más tarde se distribuyeron por todo el continente. Estos molinos estaban formados por una torre de piedra y una estructura rotativa de madera que soportaba el eje horizontal del molino. Se caracterizaban por tener de 4 a 12 aspas. Poco a poco, el modelo europeo (Figura 2.2) se fue imponiendo debido a las ventajas que presentaba respecto a los molinos de eje vertical.

El nuevo modelo de molino era más complejo de construir y requería de diversos sistemas complementarios. Uno de estos sistemas tenía en consideración la necesidad de orientar el molino en la dirección del viento. Sin saberlo, se había comenzado a utilizar la sustentación en lugar de la resistencia como fuerza principal de potencia. Los nuevos molinos presentaban mejor comportamiento aerodinámico y mejor rendimiento.

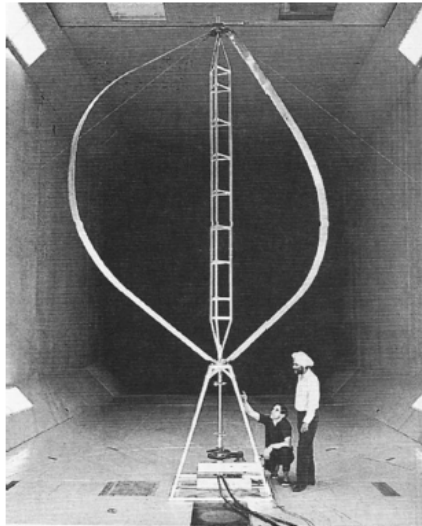


**Figura 2.2** Izquierda: Molino de viento holandés. Derecha: Molino de viento griego [12]

Durante la segunda mitad del siglo XIX apareció el popular molino multipala americano, que tenía como objetivo bombear agua. Las características de este molino establecieron las bases para el diseño de los aerogeneradores modernos. Se comenzó a sustituir la madera por el hierro, y se inició la fabricación en serie.

A partir de aquí, nuevas mejoras se fueron introduciendo en el modelo clásico. En el 1891, Poul la Cour (Danés) construyó el primer aerogenerador que producía electricidad. En el 1956, apareció el aerogenerador Gedser, construido con palas de sección aerodinámica.

Paralelamente, una nueva corriente se interesó de nuevo por el concepto de turbina de eje vertical. En 1924, Savonius desarrolló un aerogenerador de eje vertical muy sencillo, con elevado par de arranque. En 1927, Darrieus presentó un modelo más sofisticado que utilizando la sustentación ofrecía rendimientos similares a los de eje horizontal (Figura 2.3).



**Figura 2.3** Rotor de Darrieus [11]

Después de la crisis del petróleo de 1973, aparecieron los primeros programas de investigación referentes a energía eólica. Este hecho hizo que a finales de los años 70, apareciesen los primeros aerogeneradores comerciales, los llamados aerogeneradores de última generación.

Después de una importante lucha comercial entre los diferentes conceptos de aerogeneradores (eje vertical-horizontal, 1, 2 o 3 palas), se establecieron las bases generales que hoy conocemos. La lucha entre rotor a barlovento y sotavento finalizó con la victoria del primero. El ganador comercial final fue el concepto de aerogenerador tripala y eje horizontal (el llamado “concepto danés”).

### **2.1.1. Estado actual**

El “concepto danés” (eje horizontal y tri-pala) se ha consolidado en el mercado actual. Desde que surgió por primera vez ha sufrido mejoras tecnológicas considerables.

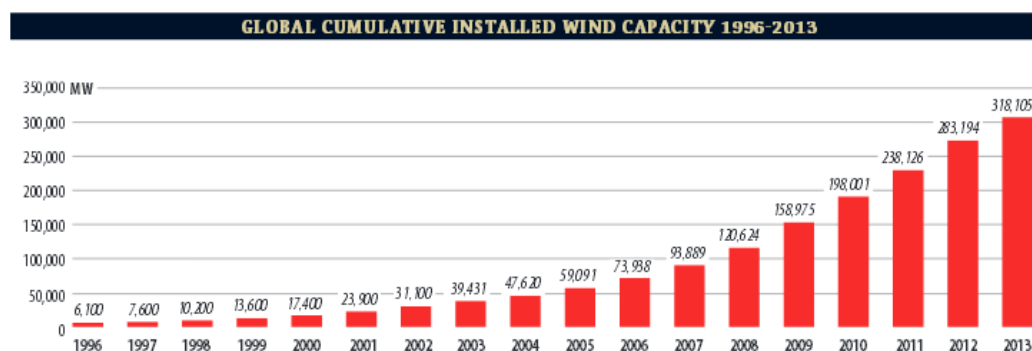
Se ha producido un incremento importante en la potencia nominal de los aerogeneradores, incrementado también la eficiencia de trabajo. Actualmente, se

presentan aerogeneradores con una potencia nominal entorno a 3000 kW. (Tabla 2.1). El peso específico se ha visto reducido con la introducción de nuevos materiales (materiales compuestos) y nuevos conceptos que se han ido aplicando como el paso variable. Esto ha permitido, en el momento actual, maximizar la energía extraída, adaptando para cada velocidad de viento el ángulo de las palas.

**Tabla 2.1** Potencia nominal de los principales fabricantes [12]

Fabricante	Modelo	Potencia Nominal [kW]	Diámetro [m]
VESTAS	V122	3000	112
GAMESA	G128	4500	128
ENERCON	E-126	7500	126
SIEMENS	3.6 SWT	3600	107
ACCIONA	AW-116/3000	3000	116
ALSTOM WIND	ECO 122	3000	122
GE	2.75-120	2750	120

Las estadísticas muestran que la energía eólica ha experimentado un espectacular crecimiento en los últimos 18 años. Los últimos datos disponibles de 2013 muestran que la energía global (acumulada) instalada sobrepasa los 318 GW (Figura 2.4). El estado económico actual, ha provocado un pequeño descenso en la potencia instalada respecto a 2012 (aproximadamente 10 GW. menos).



**Figura 2.4** Potencia global instalada (2013) [13]

China (91,412 GW) se ha consolidado como primera potencia mundial seguida de Estados Unidos (61,091 GW), Alemania (34,250 GW) y España (22,959 GW). El crecimiento de China ha tenido lugar de forma espectacular en los

últimos 10 años dejando de lado tradicionales potencias europeas como Alemania, España o Dinamarca.

### 2.1.1. Desarrollo futuro

La tendencia del mercado, en lo que se refiere a aerogeneradores terrestres (onshore), va hacia aerogeneradores cada vez más grandes en cuanto a área barrida (más diámetro). La potencia nominal, por el contrario, tiende a estabilizarse en los próximos años.

El uso de palas divididas y el uso de materiales prefabricados durante la construcción parecen solucionar ciertos problemas que aparecen en el transporte debido a este aumento de dimensiones. Por otro lado, un diámetro mayor del rotor hace que el aerogenerador sea más susceptible a variaciones en la velocidad e intensidad del viento, ocasionando un aumento de cargas en el eje principal y en la base de la torre. En general, se pueden implementar nuevos sistemas de control: Sistemas de Control Individual de Pitch y sistemas de detección de ráfagas.

El ruido se ha convertido en un problema importante, por lo que también se prevén cambios en este aspecto que involucran nuevos diseños de palas con desarrollos de perfiles específicos que reducen las emisiones de ruido y nuevas estrategias de apagado durante la noche.

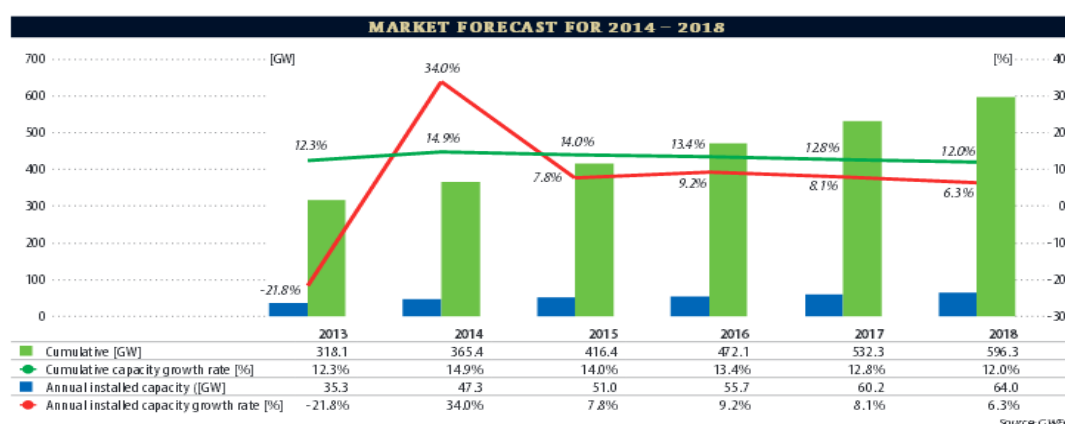


**Figura 2.5** Parque eólico en el Mar del Norte (300 MW) [11]

En los próximos años se prevé un gran desarrollo de aerogeneradores marinos (offshore). Estos tipos de aerogeneradores (Figura 2.5) trabajan en unas

condiciones de contorno bastante diferentes, por lo que probablemente seguirán caminos distintos. De momento, las dificultades de instalación y transporte de electricidad han retrasado su implementación a nivel global. No presentan problemas de emisión acústica y están sometidos a muy baja turbulencia. Éstos y otros aspectos les auguran un futuro prometedor.

A falta de próximos datos, todo parece indicar que 2014 será un buen año en cuanto a nueva potencia instalada. Se estima que el crecimiento anual podría alcanzar el 34% (Figura 2.6). China y Estados Unidos se situarían de nuevo en cabeza. Se estima que Brasil, México y Sudáfrica aparezcan como nuevos actores en el panorama eólico.



**Figura 2.6** Estimación para los próximos años (2014-2018) [13]

## 2.2. Aerodinámica de aerogeneradores de eje horizontal

### 2.2.1. Principios físicos

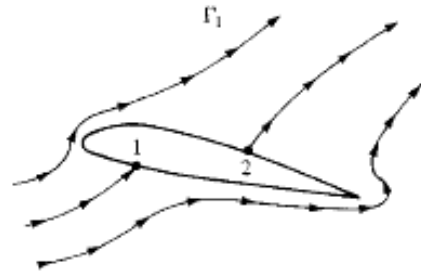
El funcionamiento de una turbina eólica de eje horizontal es sencillo. La turbina se encarga de transformar la energía cinética del viento en energía mecánica de rotación. El flujo de aire que pasa a través de las palas experimenta una disminución en su velocidad. Este cambio de momento cinético ejerce una fuerza axial en el rotor que debe ser minimizada.

El aire que atraviesa las palas genera fuerzas de sustentación y resistencia que combinadas generan un par torsor de salida. Interesa maximizar este par torsor, ya que determina la potencia extraída. El principio de funcionamiento es similar al de un avión. Estas fuerzas se producen gracias a que la velocidad del aire que fluye por intradós y extradós es diferente, lo que provoca que las presiones también lo sean creando una diferencia de presiones a ambos lados.

La estela juega un papel fundamental en la definición de estas fuerzas. Con tal de comprender la geometría de dicha estela y la incidencia sobre las fuerzas aerodinámicas es conveniente conocer el principio físico que hay detrás.

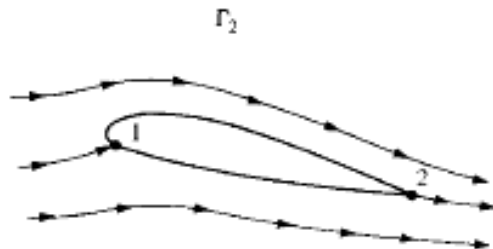
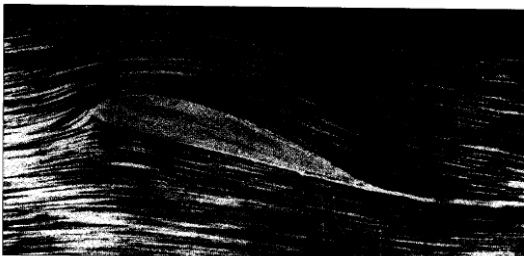
Inicialmente, suponemos que el aerogenerador se encuentra parado. No hay corriente en movimiento a través del perfil. En esta situación (sin rotación), el perfil se comporta como un ala de avión. En cuanto se inicia el flujo, aparece un gradiente elevado de velocidades en el borde de salida que facilita la creación de un vórtice inicial en la estela (Figura 2.7).

En este preciso momento, la velocidad en el borde de salida es muy elevado por lo que la velocidad se puede considerar infinita. Este vórtice inicial está asociado, a su vez, con una circulación de dirección opuesta alrededor del perfil ( $\Gamma_B$ ).



**Figura 2.7** Momento 1: Creación del vórtice inicial [14]

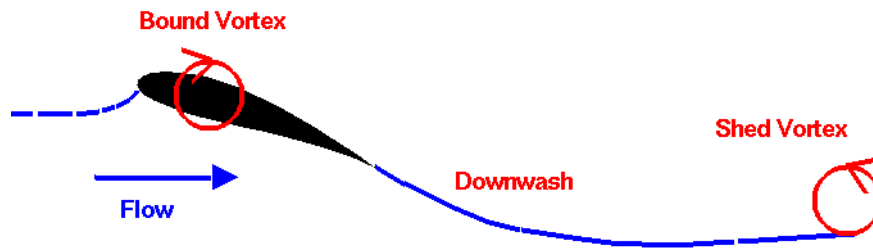
Mientras este proceso inicial continua, la vorticidad presente en el borde de salida alimenta el vórtice inicial haciéndolo más fuerte. A medida que la circulación aumenta, el flujo está más cerca de satisfacer la condición de Kutta (velocidad finita en el borde de salida).



**Figura 2.8** Momento 2: Cumplimiento de la condición de Kutta [14]

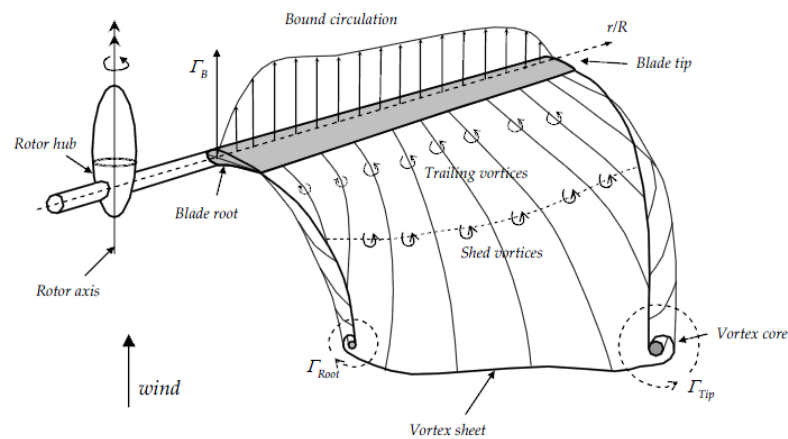
Cuando la condición se ha cumplido, el vórtice inicial deja de crecer y se establece una condición estacionaria de circulación alrededor del perfil (Figura 2.8). Esta condición estacionaria no es para siempre. Cuando se rompe, se

desprende un tipo de vórtice (Figura 2.9) de similares características ('Shed Vortex') originado a partir de un cambio temporal de circulación ( $\partial\Gamma_B/\partial t$ ).



**Figura 2.9** Creación de vórtices temporales ('shed vortices')

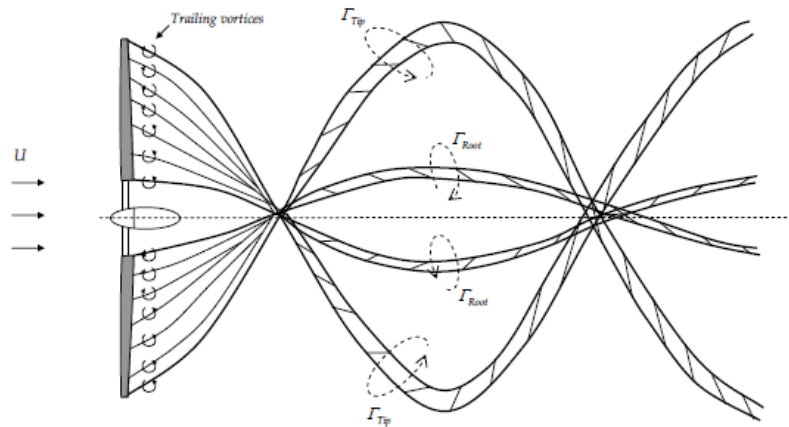
Por otro lado, la diferencia de presiones existente entre extradós e intradós provoca unas corrientes de aire transversales a lo largo de la envergadura. Se desprende otro tipo de torbellino transversal ('Trailing vortex') ( $\partial\Gamma_B/\partial r$ ) que origina la formación de torbellinos en la raíz y en la punta (Figura 2.10).



**Figura 2.10** Reconstrucción de la estela en una turbina [10]

En condiciones normales el flujo que incide sobre el aerogenerador lo hace de manera que coincide en dirección con el eje de rotación del rotor. En este caso, la turbina opera bajo condiciones de flujo axial. El rotor operará entonces en condiciones estacionarias si la velocidad de rotación es constante, por lo que no se desprenderán torbellinos relacionados con el tiempo. Al añadir la rotación, se añaden efectos sobre la sustentación y resistencia aerodinámica ('stall delay'). Se forma una estela de traza helicoidal que se extiende tras el rotor (Figura 2.11). El aire que pasa a través del rotor pierde velocidad debido a esta estela turbulenta. El ángulo de ataque se ve alterado, modificando por lo tanto las fuerzas aerodinámicas resultantes.





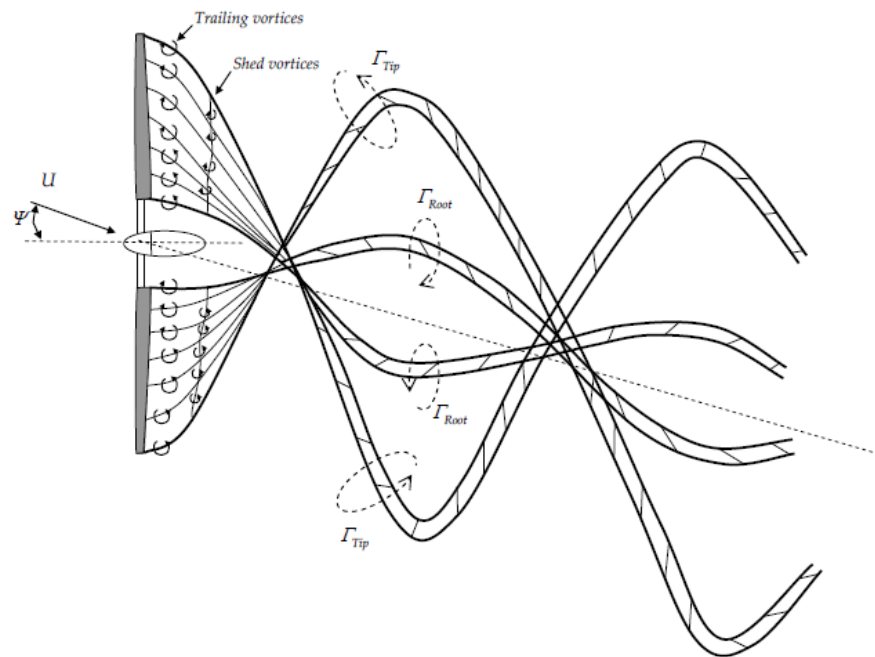
**Figura 2.11** Reconstrucción de la estela helicoidal en condiciones de flujo axial [10]

Normalmente, el torbellino originado en la raíz queda distorsionado por el buje. El vórtice originado en la punta si es observable fácilmente en los experimentos (Figura 2.12).



**Figura 2.12** Visualización de la estela (NASA Ames Research Center) [15]

El aire cambia constantemente de dirección. Esto provoca que normalmente el rotor no esté perfectamente alineado con el viento incidente. En este caso, el rotor se encuentra en condiciones de guiñada ('Yaw'). Esta situación provoca un cambio cíclico en el ángulo de ataque y un cambio en la geometría de la estela. La estela (Figura 2.13) se encuentra desviada ('skewed') de la posición inicial lo que complica considerablemente el cálculo de la velocidad inducida.



**Figura 2.13** Reconstrucción de la estela helicoidal en condiciones de guiñada [10]

Se crea una dependencia temporal en las cargas aerodinámicas que facilita la creación de nuevos torbellinos. Cuando el ángulo de ataque supera el ángulo de pérdida y los cambios de ángulo de ataque son rápidos, se producen ciclos de histéresis en la entrada en pérdida y las fuerzas generadas son mayores que las obtenidas en el túnel de viento ('dynamic stall').

En resumen, el flujo que atraviesa la turbina se puede ver como la combinación de flujo procedente de dos regiones. Por un lado, el campo global que se extiende tras el rotor y forma la estela y por otro el campo local formado por el flujo a través de las palas (originado por diferencia de presiones). A pesar de que físicamente las dos partes interactúan continuamente, ambas se suelen modelizar por separado.

La teoría del disco actuador y la teoría del elemento de pala se suelen focalizar en el estudio del campo local, por lo que el uso de métodos correctivos suele ser necesario para modelizar el comportamiento de la estela.

### 2.2.2. Teoría del disco actuador

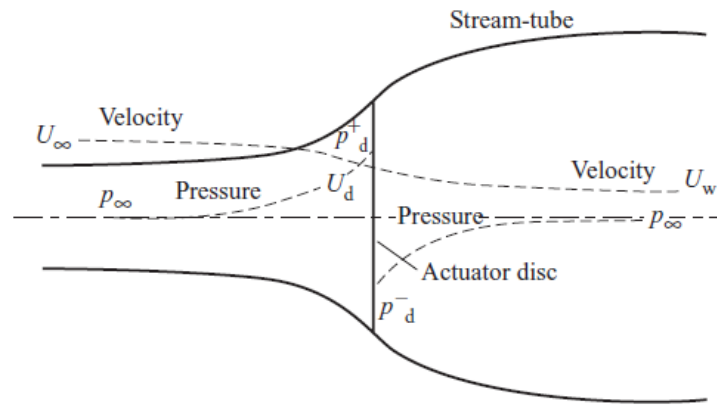
La contribución conjunta de diferentes escuelas en el marco europeo permitió obtener un modelo sencillo que combinaba cantidad de movimiento y conservación de la masa. Joukowsky, más adelante, añadió en el modelo axial, los efectos de una estela en rotación configurando lo que se conoce como teoría del disco actuador (Actuator disc theory).

**Tabla 2.2** Principales actores en la creación del disco actuador (Modificada de [16])

Contribución	Año y científico		
	Ingllaterra	Alemania	Rusia
<b>Teoría del disco actuador (Actuator disc theory)</b>  * Violación de las leyes de conservación	1865 W. Rankine		
	1889 R.E. Froude		
		1904 Finsterwalder	
		1910 Bendemann	
	1911 Parsons*		
			1912 Sabinin
			1913 Vetchinkin
	1915 Lanchester*		
			1917 Bothezat
			1918 Joukowsky
<b>Confirmación mediante teoría de vórtices (Vortex theory)</b>		1919 Prandtl	
			1927 Sabinin*
<b>Extensión de la teoría en aerogeneradores</b>			1913 Joukowsky
		1919 Betz	
		1920 Munk	
		1920 Betz	
		1921 Hoff	

### 2.2.2.1. Momento lineal

En este caso se lleva a cabo un análisis unidimensional en el que el rotor es presentado como un disco infinitesimal de área  $A$  moviéndose a través de un fluido incompresible, isentrópico, no viscoso e irrotacional. Se desprecian las fuerzas de fricción presentes entre fluido y disco y se considera la velocidad del fluido uniforme en secciones paralelas al rotor. El tubo de corriente queda bien definido (Figura 2.14). La velocidad del flujo decrece lentamente al pasar a través del disco ( $U_d = U_\infty + u_a$ ), mientras que la presión experimenta un descenso brusco. La velocidad inducida por el rotor ( $u_a < 0$ ) se considera positiva en la dirección del flujo aguas arriba. Aguas abajo, la presión recupera su valor inicial, mientras que el fluido pierde velocidad.



**Figura 2.14** Concepto de disco actuador [17]

De este modo, la mecánica de fluidos permite, mediante la combinación de teoría de cantidad de movimiento y conservación de la masa, aproximar las fuerzas inducidas en el rotor debido a la interacción disco-fluido.

#### Conservación de la masa

$$\dot{m} = \int_{\infty} \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \int_w \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \int_d \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) ds \quad (2.1)$$

$$\rho A_{\infty} U_{\infty} = \rho A_d U_d = \rho A_w U_w$$

#### Cantidad de movimiento

$$\frac{d}{dt} + \int_D p \vec{V} dv \int_S \rho \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = - \int_S p \vec{n} ds + \int_S \vec{n} \tau' ds + \int_D \rho F_m dv \quad (2.2)$$

$$\rho U_w^2 A_w - \rho U_{\infty}^2 A_{\infty} = -(P_D^+ - P_D^-) A_d = -T$$

La diferencia de presiones entre ambas caras del disco actuador provoca una fuerza neta a lo largo del tubo de corriente. La fuerza que experimenta el fluido por efecto del disco actuador queda reflejada en el término de la derecha.

Por otro lado, la ecuación de Bernoulli permite relacionar presión y velocidad, posibilitando la combinación de las dos primeras ecuaciones.

#### Ecuación de Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho U^2 + p + \rho gz = cte \quad (2.3)$$

$$P_D^+ - P_D^- = \frac{1}{2}\rho(U_\infty^2 - U_w^2)$$

Aguas abajo, el fluido ha perdido el doble de la velocidad que había perdido a la altura del disco.

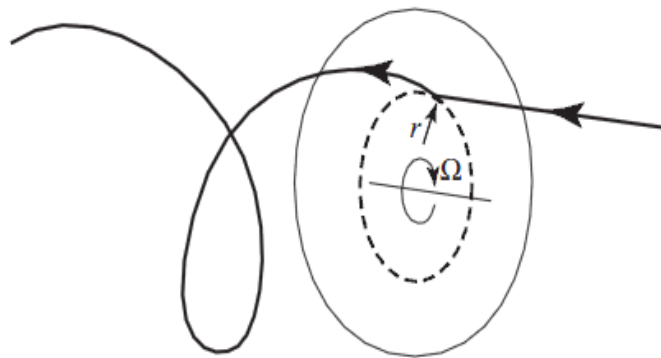
$$U_w = U_\infty + 2u_a \quad (2.4)$$

La combinación de las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4) permite obtener una expresión para la fuerza de tracción.

$$T = -2\rho u_a U_d A_d \quad (2.5)$$

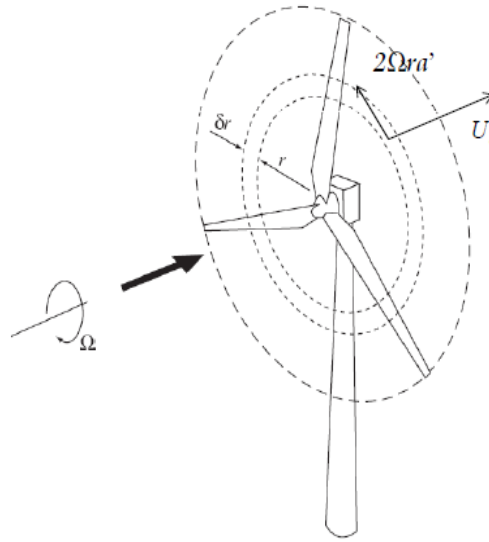
#### 2.2.2.2. *Momento angular*

El fluido que atraviesa el disco actuador (Figura 2.15) experimenta una rotación constante a lo largo de la estela. Esta rotación, dada por el rotor, implica la existencia de velocidad tangencial ( $u_t$ ).



**Figura 2.15** Trayectoria de una partícula de aire que atraviesa el disco [17]

Se supone que esta transferencia en el movimiento del aire ocurre de manera inmediata a lo largo del espesor del disco. La velocidad tangencial aguas arriba es cero y instantáneamente, en el disco pasa a  $2u_t = 2\Omega r a'$  (Figura 2.16). Este incremento de energía cinética es compensado por una caída de la presión estática no contemplada en la teoría.



**Figura 2.16** División del disco en Anillos [17]

Se considera el disco formado por múltiples anillos de radio  $r$  y espesor  $dr$ . Se supone que no hay interacción entre los diferentes anillos y que por lo tanto cada anillo sólo aporta momento angular al fluido que atraviesa dicho anillo.

El par que el fluido genera en cada anillo será igual a la variación de momento angular que experimenta el fluido que atraviesa dicho anillo.

$$\delta Q = 2u_t \cdot \rho U_d \delta A_d \cdot r \quad (2.6)$$

### 2.2.3. Teoría del elemento de pala

La teoría explicada anteriormente permitía comprender de manera simplificada la estructura del fluido. Era necesario, también, un método que tuviera en cuenta las palas. En este marco, paralelamente a la creación de la teoría del disco actuador, métodos nuevos aparecieron con el fin de representar las palas del rotor como elementos separados e independientes. La aplicación conjunta de ambas teorías, desembocó en una teoría unificada que aplicaba sendos conceptos (Teoría BEM).

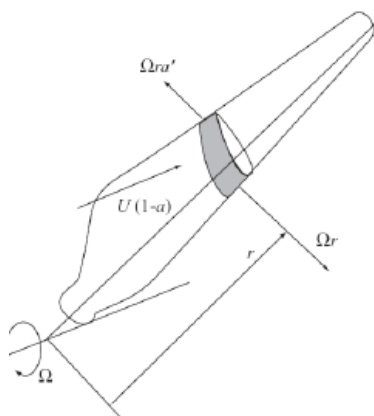
**Tabla 2.3** Principales actores en la creación del elemento de pala

Contribución	Año y científico		
	Inglaterra	Alemania	Rusia
Teoría del elemento de pala (Blade element theory)	1878 W.Froude		
			1910 Drzewiecki
Elemento de pala + Disco actuador		1915 Betz	
			1923 Yuriev
	1935 Glauert		1927 Bothezat

\* Año de publicación. El trabajo conjunto de Yuriev y Sabini se desarrollo en etapas anteriores (1910-1912)

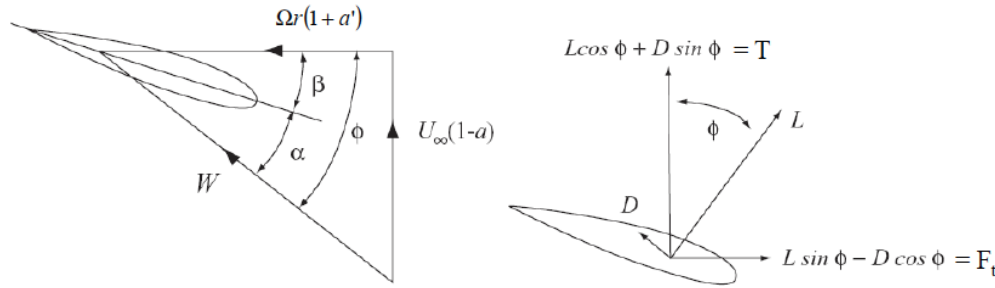
Se presenta, a continuación, el modelo más sencillo de elemento de pala, explicando esencialmente aquellos aspectos que se tienen en cuenta durante el desarrollo matemático del código. La teoría básica, tiene en cuenta solamente la velocidad axial del viento y la velocidad de rotación. Modelos más modernos se basan en modificar la velocidad relativa que ve la pala añadiendo efectos tridimensionales en el modelo explicado a continuación [18] [19] [20].

En esencia, esta nueva teoría considera que la pala se puede dividir en elementos infinitesimales sin interacción (Figura 2.17.). Las fuerzas sobre cada elemento son calculadas mediante características de perfiles bidimensionales por lo que se desprecian los efectos tridimensionales derivados.



**Figura 2.17.** División de las palas en elementos [17]

Para cada elemento de pala, suponiendo flujo axial y plano paralelo al rotor:



**Figura 2.18** Fuerzas y velocidades en el elemento de pala [17]

$$\delta T = \frac{1}{2} \rho W^2 c B (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi) \delta r \quad (2.7)$$

$$\delta Q = \delta F_t r = \frac{1}{2} \rho W^2 c B r (C_L \sin \phi - C_D \cos \phi) \delta r \quad (2.8)$$

#### 2.2.4. Limitaciones y correcciones

Un análisis aerodinámico clásico mediante la combinación de ambas teorías permite obtener resultados bastante buenos en situaciones diversas como flujo axial. Esto posibilita que el cálculo de las fuerzas aerodinámicas en estas condiciones sea suficientemente preciso y se puedan utilizar los datos obtenidos en cálculos posteriores más avanzados. Sin embargo, bajo ciertas circunstancias, estas predicciones se alejan de la realidad dejando entrever evidentes inexactitudes en la modelización. Es necesario conocer estas imprecisiones para poder implementar soluciones y correcciones al modelo clásico.

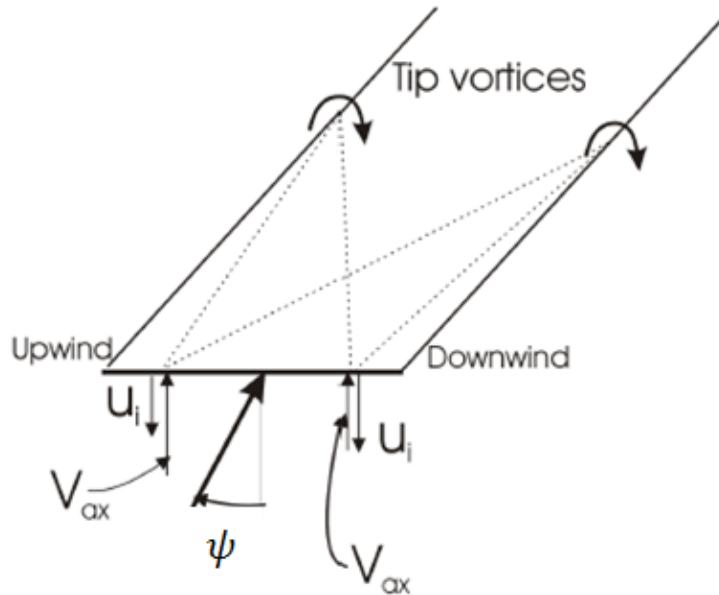
##### 2.2.4.1. Limitaciones intrínsecas del modelo

Por si sola, la teoría presenta limitaciones que aparecen durante la modelización del disco actuador y el elemento de pala.

Las ecuaciones utilizadas en la teoría del disco actuador ((2.5) y (2.6)) suponen que cada tubo de corriente se puede analizar de manera independiente. Esta suposición es aceptable cuando la circulación en las palas es relativamente uniforme (flujo axial). En condiciones de guiñada, por ejemplo, aparece una circulación no estacionaria que invalida la suposición anterior ('Shed vortices'). En este caso, la circulación varía radialmente a lo largo de la pala posibilitando la interacción entre tubos adyacentes y la creación de torbellinos en la estela.



Esta estela de torbellinos, a su vez, afecta a la velocidad inducida por el disco del rotor, viéndose ésta aumentada en regiones determinadas ('Downwind side') y reducidas en otras ('Upwind side') ( $\psi > 0$ ). Podemos concluir, pues, que los valores medios obtenidos mediante la teoría clásica son, en este caso, irreales [21].

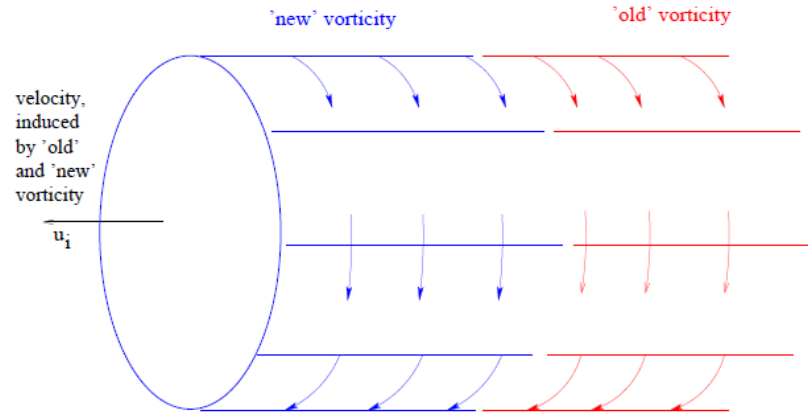


**Figura 2.19** Estela de torbellinos [21]

Al suponer condiciones estáticas, el flujo desacelera instantáneamente al pasar a través del disco y se adapta a los cambios existentes en la vorticidad de la estela ('equilibrium wake assumption'). En la práctica, esta respuesta no se produce de manera instantánea necesitando la estela cierto tiempo en adaptarse ('Dynamic Inflow').

Este efecto se puede ver por ejemplo cuando se produce un cambio brusco en las fuerzas aerodinámicas. Supondremos que el aerogenerador se encuentra inicialmente en funcionamiento generando vórtices por el borde de salida. Un cambio en el ángulo de paso (Figura 2.20) provoca un aumento del coeficiente de resistencia que modifica la velocidad de salida de los vórtices. En este momento, la estela resultante es una mezcla de vórtices 'nuevos' y 'viejos'. La estela alcanzará un nuevo equilibrio cuando los 'viejos' hayan recorrido una cierta distancia, suficiente como para no influir en el plano del rotor.

Mientras esto ocurre, la velocidad inducida ha ido modificando su valor de manera gradual.



**Figura 2.20** Vorticidad en la estela tras un cambio en el ángulo de paso [21]

En este sentido, el estudio desarrollado por Hansen presenta muy bien todos los efectos producidos en condiciones de flujo en guiñada [22].

Por otro lado, la pérdida de momento que experimenta cada partícula que pasa a través del disco actuador depende del número de palas que se consideren. La teoría del disco actuador supone un número infinito de palas, por lo que esta pérdida se puede considerar uniforme. La interacción entre partícula y pala dependerá de su proximidad, por lo que considerando un número finito de palas, esta pérdida será mayor cuando la distancia sea pequeña. La creación de torbellinos en zonas cercanas al centro del rotor y en la punta de la pala influirán en la pérdida de momento que experimenta la partícula (Tip and root losses).

El momento angular impartido en la estela incrementa su energía cinética pero esta energía es compensada por la pérdida de presión estática. En general este efecto no es contemplado por la teoría básica.

$$\Delta p_r = \frac{1}{2} \rho (2u_t)^2 \quad (2.9)$$

La teoría del disco actuador es incapaz de tener en cuenta la componente radial de la velocidad y es incapaz, también, de proporcionar valores físicamente correctos para valores de velocidad inducida mayores a  $(-u_a) > 0,5U_\infty$ . Bajo grandes cargas, el gradiente de presión elevado inhabilita las suposiciones anteriores.

Esto es debido a que la formulación no tiene en cuenta los cinco estados en los que puede encontrarse el disco actuador (Figura 2.21). En general, la formulación es hábil en condiciones de molino de viento.

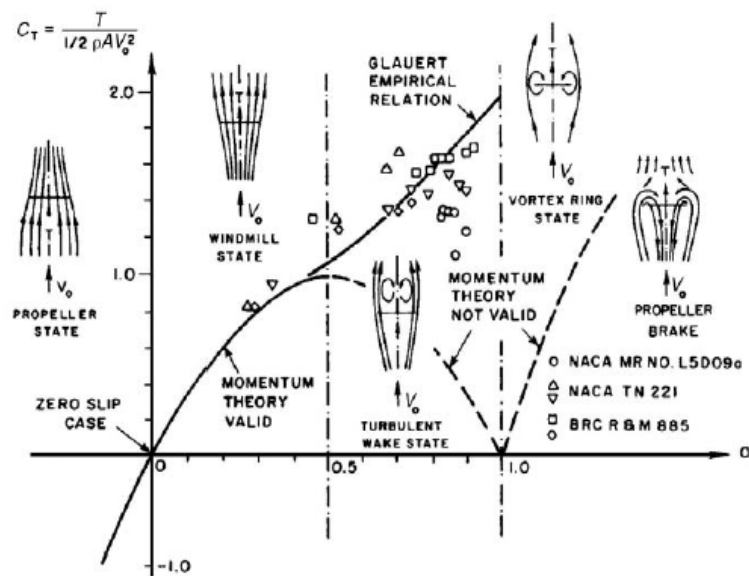


Figura 2.21 Estados del disco actuador [23]

- Hélice ('propeller state'): Cuando la velocidad inducida es positiva (dirección de flujo aguas arriba), el disco recibe una tracción en vez de una fuerza de arrastre y opera como hélice que genera tracción. Se acelera la corriente de aire.
- Molino de viento ('windmill state'): La velocidad inducida cambia de dirección, decelerando el flujo y extrayendo energía cinética.
- Estela turbulenta ('turbulent wake state'): Una deceleración excesiva provoca un flujo reverso en la estela ( $U_w \leq 0$ ).
- Anillo de torbellinos ('vortex ring state'): Una deceleración excesiva provoca un flujo reverso en la estela ( $U_d < 0$ ). Se presenta en helicópteros que funcionan en régimen descendente (autorrotación).
- Freno de hélice ('Propeller brake state'): Cuando la velocidad inducida supera en modulo a la velocidad del flujo aguas arriba se invierte la dirección del flujo sobre el rotor. Se da cuando se invierte el paso de las palas.

#### 2.2.4.2. Limitaciones experimentales

Para poder calcular las fuerzas generadas por el aerogenerador, son necesarios los coeficientes aerodinámicos del perfil utilizado. Ciertas limitaciones en la

extracción de los datos imposibilitan que estos coeficientes sean útiles para todos los casos de operación.

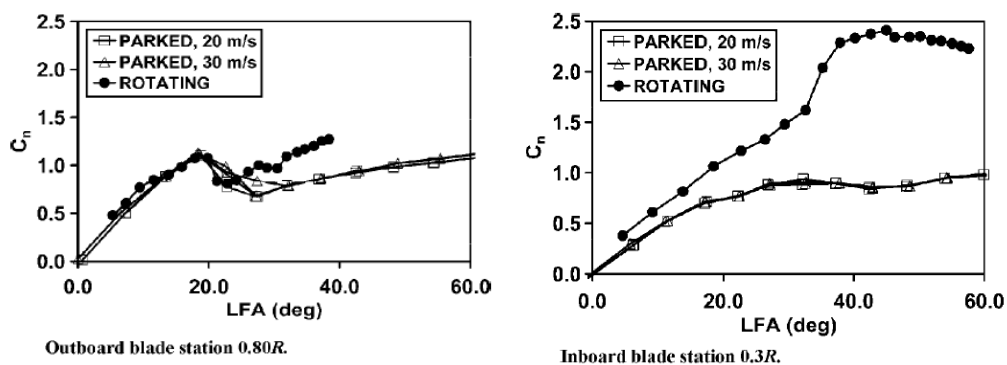
#### 2.2.4.2.1. Extrapolación de coeficientes

Por falta de logística, los coeficientes aerodinámicos son obtenidos para un rango de ángulos de ataque determinado. La falta de espacio, en ocasiones, no permite obtener un valor concreto a ángulos de ataque elevados. Hasta ahora, la industria aeronáutica solo ha necesitado cubrir un rango aproximado de  $-30$  a  $30$  grados. El auge de la industria eólica, ha iniciado el diseño de túneles de viento específicos (altura aumenta) con tal de evitar bloqueos y cubrir todo el rango necesario. Aún así, en general sigue siendo necesaria la extrapolación de medidas. Lo suyo es obtener estos valores para un rango completo de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ .

#### 2.2.4.2.2. Retraso en la entrada en pérdida (stall delay)

Las condiciones en las que el experimento es realizado provocan que no exista una buena correlación en los datos calculados. La complejidad del flujo tridimensional a través de la pala hace que estos valores se alejen sobretodo en regiones determinadas.

Investigaciones dedicadas al estudio de hélices demostraron, en 1945, que las fuerzas aerodinámicas generadas eran mayores en sistemas en rotación. Se ha visto, más recientemente, que este efecto se produce de forma importante en las secciones interiores de la pala de un aerogenerador (son los más cercanos a la entrada en pérdida). La Figura 2.22 muestra que este efecto es mayor en zonas internas de la pala.

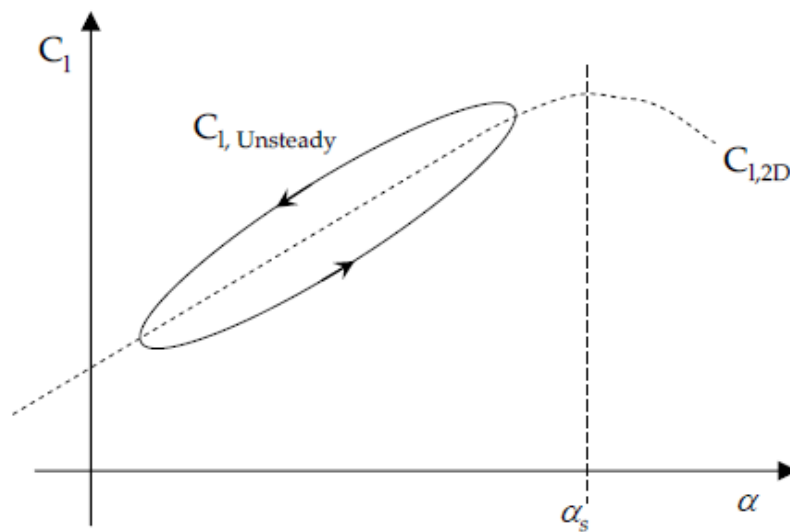


**Figura 2.22** Retraso en la pérdida y aumento de sustentación [11]

Para valores de ángulo de ataque por debajo de la pérdida, la diferencia existente es mínima. Cuando el flujo se desprende o está a punto de hacerlo, se genera un flujo radial originado por la fuerza centrípeta que lo empuja hacia la punta de la pala. Este flujo radial combinado con la rotación de la pala causa la fuerza de coriolis que empuja el flujo hacia el borde de salida. Esta fuerza retrasa la separación y, por lo tanto, la entrada en pérdida, provocando un aumento en el coeficiente de sustentación.

### 2.2.4.2.3. Pérdida dinámica (dynamic stall)

En ciertas condiciones de operación el elemento de pala está sujeto a un ángulo de ataque variable a lo largo del tiempo. Esto provoca un cambio en los coeficientes aerodinámicos respecto a los obtenidos experimentalmente en un espacio bidimensional (2D). Cuando esta variación se produce por debajo de la pérdida, en condiciones estáticas, el flujo se mantiene adherido haciendo que la variación sea muy pequeña (Figura 2.23).

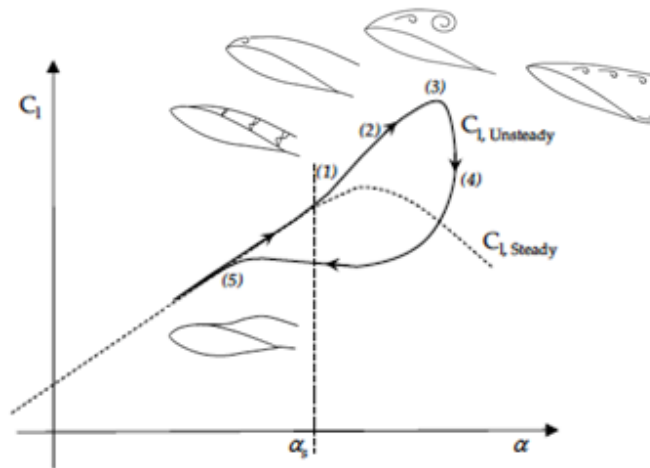


**Figura 2.23** Variación en el coeficiente de sustentación (caso no estacionario) [10]

Cuando el ángulo de ataque sobrepasa el de pérdida, (Figura 2.24) el flujo en la capa límite superior se invierte (1) formando un torbellino en el borde de ataque (2). Esta pequeña perturbación proporciona sustentación adicional al perfil mientras el torbellino se desplaza hacia el borde de salida (2-3).

Mientras tanto, el centro de presiones se desplaza en la misma dirección aumentando el momento aerodinámico negativo. Cuando el torbellino llega al

borde de salida y abandona el perfil, el flujo se separa completamente reduciendo bruscamente la sustentación y maximizando la resistencia de presión (3-4). Los valores obtenidos son, en este punto, los mismos que obtendríamos en condición estacionaria con cierto retraso. Cuando el ángulo de ataque decrece lo suficiente, el flujo, finalmente, se adhiere de nuevo (5).



**Figura 2.24** Proceso de la pérdida dinámica (Modificado de [10])

#### 2.2.4.3. Correcciones

Es necesario implementar variaciones en el modelo clásico que corrijan y minimicen los errores intrínsecos del modelo y posibiliten la obtención de coeficientes tridimensionales para un rango completo de ángulo de ataque. Es necesario, también, extender su uso a situaciones más generales existentes en diferentes condiciones de operación. La manera más fácil es utilizar los llamados modelos de ingeniería (engineering models) modificando directamente la velocidad inducida axial.

Como se ha comentado anteriormente, en condiciones de guiñada la influencia de flujo no uniforme se ha de tener en cuenta. Glauert modificó la velocidad inducida por el rotor y creó un vínculo de dependencia entre ésta y la posición radial que depende de la posición azimutal (ángulo  $\phi$ ). Multitud de autores han intentado mejorar esta dependencia mediante el parámetro  $K$ .

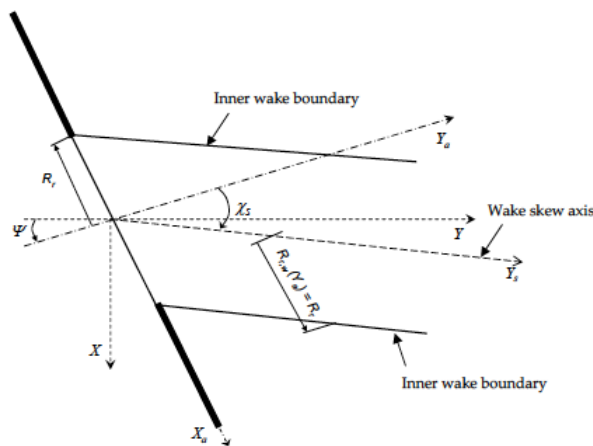
$$F_{sa} = \left(1 + K \frac{r}{R_t} \sin \phi\right) \geq 1 \quad (2.10)$$

**Tabla 2.4** Modificación en el parámetro K de la ecuación de Glauert [10]

<b>Author(s)</b>	<b>K</b>
Coleman et al. (1945)	$\tan (\chi_s/2)$
White&Blake (1979)	$2^{1/2}\sin\chi_s$
Pitt&Peters (1981)	$(15\pi/32)\tan (\chi_s/2)$
Howlett (1981)	$\sin^2\chi_s$

El ángulo ( $\chi_s$ ) hace referencia, justamente, a la orientación que experimenta la estela turbulenta. Este ángulo depende de la velocidad axial inducida. Como ésta varía de forma radial, en ocasiones, se suele coger un valor medio cercano al obtenido en un 70-80% del radio de la pala.

$$\tan\chi_s = \frac{U\sin\psi}{U\cos\psi + u_a} \quad (2.11)$$



**Figura 2.25** Estela en condición de guiñada [10]

Se puede ver que la ecuación soluciona parcialmente los errores cometidos durante la modelización. El comportamiento sinusoidal de la ecuación posibilita que la velocidad inducida varíe a lo largo del disco creando, de este modo, un vínculo oscilatorio que la modifica según la posición azimutal.

En este caso, la ecuación tiene en cuenta únicamente la vorticidad en la punta de la pala por lo que la originada en la raíz se desprecia, ocasionando que los valores obtenidos en la velocidad inducida sean inferiores a los que realmente existen.

En este contexto, nuevos modelos han aparecido con tal de contrarrestar este efecto. Otros, por el contrario, han aparecido con la finalidad de añadir

correcciones en la velocidad inducida radial. Métodos más sofisticados tienen en cuenta los efectos de la estela dinámica.

Los estudios llevados a cabo por Snel y Schepers presentan muchos de estos modelos. Aportan mucha información al respecto, explicando los fenómenos físicos originados en la estela y múltiples métodos que permiten mejorar el modelo original de Glauert [25] [26].

Con tal de tener en cuenta las pérdidas en la punta de la pala y raíz, Prandtl desarrolló un método que permitía modificar la velocidad inducida en aquellas zonas que se veían más afectadas.

$$f = f_t \cdot f_r$$

$$f_t = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[ \exp \left( - \left\{ \frac{B/2 [1 - r/R_t]}{r/R_t \sin \varphi} \right\} \right) \right]$$

$$f_r = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[ \exp \left( - \left\{ \frac{B/2 [r/R_t - R_r/R_t]}{R_r/R_t \sin \varphi} \right\} \right) \right]$$
(2.12)

De este modo, el parámetro  $f$  depende de la posición radial ( $r$ ), del número de palas ( $B$ ) y del radio de la pala en su base ( $R_r$ ) y en la punta ( $R_t$ ). El valor máximo (1) decrece en zonas interiores y exteriores, por lo que la velocidad inducida se ve modificada. Originalmente, este efecto se tiene en cuenta en las ecuaciones procedentes del momento lineal y angular (2.5) y (2.6). En ocasiones, las ecuaciones del elemento de pala son las que se ven modificadas (2.7) y (2.8) [10]. En este caso, el parámetro  $f$  aparece dividiendo.

Algunos autores abogan, de manera diferencial, por modificar directamente los coeficientes aerodinámicos en las distintas zonas [10].

El uso combinado de las ecuaciones de Glauert (2.10) y Prandtl (2.12) parece solucionar muchos de los problemas originales de la teoría BEM. De forma sencilla, se abordan dos de los efectos ocasionados por la estela, por lo que simplemente añadiendo dichas ecuaciones los resultados tienden a mejorar notablemente.

La existencia de los cinco estados en la teoría del disco actuador ha incitado a la comunidad científica a estudiar modelos experimentales que permitan el uso de la teoría BEM en casos más generales. Existen diferentes ecuaciones experimentales que permiten el cálculo para un factor de inducción axial mayor



de 0,38. Las modificaciones más importantes son atribuidas a Wilson (1981), Anderson (1982) y Glauert (1935). En este caso se substituye la ecuación (2.5).

Por ejemplo:

$$T = \frac{1}{2} \rho A U_{\infty}^2 \left( 0,5776 - 0,96 \frac{u_a}{U_{\infty}} \right) \quad (2.13)$$

La limitación más importante viene dada por las condiciones del experimento. La ecuación (2.13) ha sido extraída para ángulo de guiñada nulo, por lo que aun son necesarios nuevos estudios al respecto que extrapolen la ecuación para valores de guiñada más amplios.

El resto de modelos se basan ya en modificar los coeficientes aerodinámicos obtenidos en el túnel de viento. En este caso, los modelos que se suelen utilizar están divididos en tres según la función de los mismos. Los modelos tienden a solucionar los problemas explicados anteriormente: extrapolación de coeficiente, retraso en la pérdida y pérdida dinámica.

El modelo de Viterna & Corrigan, por ejemplo, permite extrapolar estos valores para ángulos de ataque elevados. Snel et al. tiene en cuenta los efectos tridimensionales que aparecen como consecuencia del retraso en la pérdida en rotación. Un estudio más detallado de los distintos modelos puede encontrarse en [27].

El mecanismo de la pérdida dinámica fue identificado inicialmente en helicópteros. Multitud de modelos aparecieron con el objetivo de predecir este efecto simplemente modificando los coeficientes y adaptándolos a resultados experimentales. Por otro lado, modelos semiempíricos fueron utilizados para representar los fenómenos físicos involucrados mediante ecuaciones lineales y no lineales: UTRC  $\alpha$ , Boeing-Vertol, time delay, Gangwani, Johnson, Beddoes-Leishman y ONERA. Algunos de ellos pueden encontrarse en [28].

En turbinas eólicas, las características del flujo son diferentes debido al régimen normal de operación y a la frecuencia de rotación. Los perfiles empleados suelen ser más gruesos, por lo que los modelos antes mencionados fueron modificados y adaptados. Nuevos modelos aparecieron también ante esta situación: Øye, Larsen-Nielsen-Krenk, ECN, Sheng-Galbraith-Coton y Gupta.

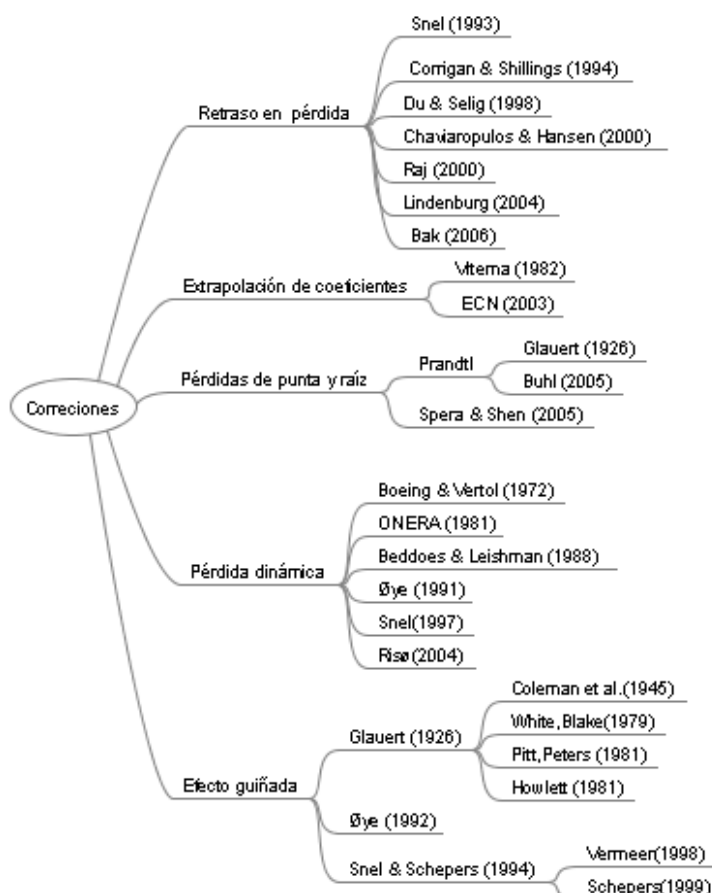
Como se ha visto, el número de posibilidades es grande, por lo que la elección de uno de ellos es difícil. Todo dependerá del grado de exactitud que se quiera

conseguir y el tiempo de ejecución que quiera lograrse. Los modelos antes mencionados han sido creados a partir de experimentos en dos dimensiones, por lo que no son del todo fiables en rotación. Los parámetros experimentales utilizados son los que determinan el buen funcionamiento del modelo.

Uno de los métodos más conocidos es el de Beddoes-Leishman, ampliamente validado por distintas fuentes [29] [30]. Suele ser utilizado con bastante frecuencia, debido a la complejidad media-alta del método y la fiabilidad de los resultados que se obtienen. El uso limitado de parámetros experimentales respecto a otros de los métodos es un punto clave a tener en cuenta. El modelo funciona bien sin el uso excesivo de parámetros experimentales, lo que significa que necesita menos 'retoques' para funcionar correctamente.

Múltiples programas han aparecido con el objetivo de modelizar dichos efectos dinámicos: DYSTOOL [31], YawDyn [22] y DYNSTALL [32].

La Figura 2.26 muestra en forma de resumen algunos de los métodos comentados.



**Figura 2.26** Resumen de los principales modelos correctivos

## Capítulo 3. Desarrollo del código

Se presentan a continuación los distintos modelos utilizados en el código desarrollado y la estructura y organización del mismo. Se tienen en cuenta los modelos matemáticos explicados anteriormente haciendo hincapié en las modificaciones que se han realizado para mejorar la teoría básica. Primero, se muestra el sistema de coordenadas que permite desarrollar la formulación utilizada, y posteriormente se presentan distintos modelos implementados que permiten corregir los coeficientes aerodinámicos (Extrapolación, efectos rotacionales y efecto no estacionario). Finalmente, se presentan las ecuaciones utilizadas en el modelo BEM implementado y la forma en las que éstas se han solucionado.

### 3.1. Modelo teórico

#### 3.1.1. Sistema de coordenadas

Para comprender de manera clara las ecuaciones dinámicas utilizadas es conveniente conocer, primero, los sistemas de coordenadas (Figura 3.1) utilizados que permiten tratar con estas ecuaciones en un espacio tridimensional. Existen multitud de sistemas empleados según el tipo de estudio desarrollado. En este caso, se presentan aquellos sistemas cuya necesidad es vital para solucionar el problema planteado [10].

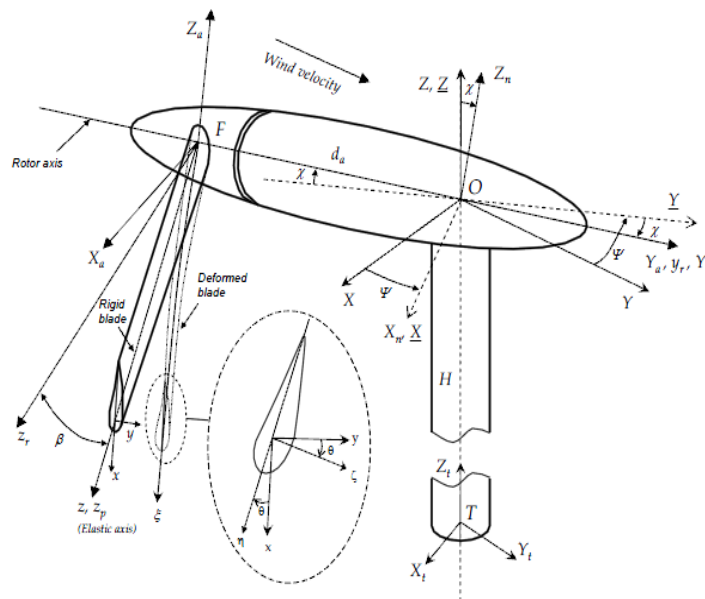
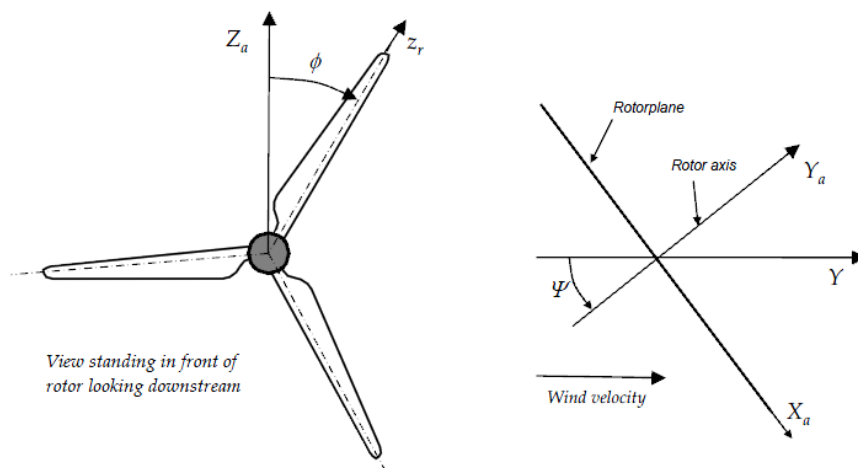


Figura 3.1 Sistemas de referencia (Vista general)

Las coordenadas  $X-Y-Z$  definen un sistema de referencia fijo. La velocidad media del viento a la altura del rotor viene definida en este sistema. El rotor puede estar inclinado respecto al plano horizontal un ángulo  $\chi$  y puede girar respecto a la vertical un ángulo  $\psi$ . En este caso, el sistema de referencia  $X_n-Y_n-Z_n$  depende de la variación temporal  $\dot{\chi}$  y  $\dot{\psi}$ . Se considera que  $X_a-Y_a-Z_a$  se encuentra a una distancia  $d_a$  del punto de giro (O) definiendo un sistema de coordenadas ligado al plano del rotor. Los ejes en rotación  $x_r-y_r-z_r$  definen la posición azimutal de la pala a lo largo de la circunferencia ( $\phi$ ) (Figura 3.2).

La pala puede tener un ángulo de conicidad ( $\beta$ ) respecto a este plano definiendo un nuevo sistema  $x-y-z$  para pala rígida. Suponiendo que la pala experimente un movimiento de flexión ( $v'$  y  $v$ ) se definen unos ejes principales de giro  $x_p-y_p-z_p$  que determinan, finalmente, la orientación de la pala deformada ( $\eta-\zeta-\xi$ ). Trabajando con pala rígida, el sistema de coordenadas  $\eta-\zeta-\xi$  coincide con los ejes de referencia  $x_p-y_p-z_p$ . Se desprecia la deformación avance-retroceso (lead-lag).



**Figura 3.2** Sistemas de referencia (Vista frontal)

El paso de un sistema de referencia a otro es sencillo. Se tienen en cuenta los distintos ángulos existentes entre ejes y se obtienen matrices de transformación que permiten el cambio entre ellos.

- $\psi$ : Ángulo de guiñada o 'yaw'
- $\chi$ : Ángulo de 'tilt'
- $\beta$ : Ángulo de conicidad o 'coning'
- $\theta$ : Ángulo de cabeceo o 'pitch' + Ángulo de torsión o 'twist'
- $\phi$ : Ángulo azimutal

Suponiendo ángulos de  $\chi$  y  $\beta$  pequeños ( $\cos x = 1$  y  $\sin x = x$ ):

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\chi \\ 1 & \chi & 1 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta \\ 0 & \beta & 1 \end{bmatrix}; \quad A_5 = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -v' \\ 1 & v' & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\vec{E}_{\eta-\zeta-\xi} = A_6 A_5 A_4 A_3 A_2 A_1 \vec{E}_{X-Y-Z} \quad (3.3)$$

### 3.1.2. Modificación de coeficientes

Los resultados obtenidos mediante la teoría BEM dependen, en gran medida, de los valores utilizados en los coeficientes aerodinámicos. Los valores experimentales medidos se limitan a valores estáticos sin rotación. En este sentido, es necesario implementar en el código ciertos modelos que permitan la extrapolación de coeficientes y añadan los efectos tridimensionales pertinentes. En el programa, estos modelos pueden ser o no necesarios, teniendo en cuenta que siempre es preferible el uso de coeficientes experimentales.

#### 3.1.2.1. Formulación matemática

Como se ha comentado anteriormente, es necesario extrapolar los coeficientes aerodinámicos para cubrir todo el espectro de ángulos de ataque. En este caso, se ha implementado en el código la formulación referente al modelo de Viterna-Corrigan [33] para ángulos de ataque inferiores a 90 grados. Existen modelos más precisos pero es el más fácil de aplicar, lo que lo hace perfecto para ser implementado rápidamente en el código.

Esta formulación fue desarrollada experimentalmente bajo condiciones de velocidad constante y pérdida regulada, por lo que presenta ciertas limitaciones en las turbinas actuales. De este modo, para ángulos entre la pérdida y 90 grados ( $\alpha_s < \alpha < 90$ ).

$$C_l = C_{d,max}(\sin\alpha \cos\alpha) + K_l \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} \quad (3.4)$$

$$C_d = C_{d,max}\sin^2\alpha + K_d \cos\alpha \quad (3.5)$$

Donde  $K_l$  y  $K_d$  dependen del coeficiente de sustentación ( $C_{l_s}$ ) y resistencia ( $C_{d_s}$ ) para ángulo de ataque en pérdida:

$$K_l = (C_{l_s} - C_{d_{max}} \sin \alpha_s \cos \alpha_s) \frac{\sin \alpha_s}{\cos^2 \alpha_s} \quad (3.6)$$

$$K_d = \frac{C_{d_s} - C_{d_{max}} \sin^2 \alpha_s}{\cos \alpha_s} \quad (3.7)$$

El coeficiente de resistencia máximo se da para un ángulo de ataque de 90 grados y viene determinado por el ratio  $AR = L/c$  (Longitud de la pala / cuerda). En este caso, el programa tiene en cuenta un valor de cuerda medio.

$$C_{D_{max}} = 1,11 + 0,018AR \quad \text{si } AR \leq 50 \quad (3.8)$$

$$C_{D_{max}} = 2,01 \quad \text{si } AR > 50 \quad (3.9)$$

Con tal de tener en cuenta los efectos tridimensionales se ha implementado en el código el modelo de Snel et al [34]. El modelo obtenido inicialmente mediante las ecuaciones de capa límite fue posteriormente modificado por Lindenburg [35] para mejorar los resultados experimentales.

Se tiene únicamente en cuenta el coeficiente de sustentación, por lo que el coeficiente de resistencia no se ve alterado. Destacar también, que el siguiente modelo fue obtenido bajo ciertas hipótesis, por lo que su funcionamiento es menor bajo condiciones de Reynolds bajo donde la capa límite laminar es importante.

De este modo, se crea una dependencia entre el coeficiente de sustentación y el parámetro  $c/r$ . Añadiendo la velocidad de rotación ( $\Omega$ ), el coeficiente de sustentación puede expresarse en función del ángulo 'inflow' ( $\theta + \alpha$ ).

Para ángulos menores a 30 grados:

$$C_{L_{3D}} = C_{L_{2D}} + ak \left( \frac{c}{r} \right)^b \Delta C_l \rightarrow a = 3,1 \quad b = 2 \quad (3.10)$$

$$\Delta C_l = C_{l_\alpha} \sin(\alpha - \alpha_0) - C_{L_{2D}} \quad (3.11)$$

Donde:

$$k = \left( \frac{\Omega r}{V_r} \right)^2 = \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} = \cos(\theta + \alpha)^2 \quad (3.12)$$

Para ángulos entre 30 y 60 grados el aumento en el coeficiente de sustentación ( $\Delta C_l$ ) se ve reducido hasta ser nulo en 60 grados [35].

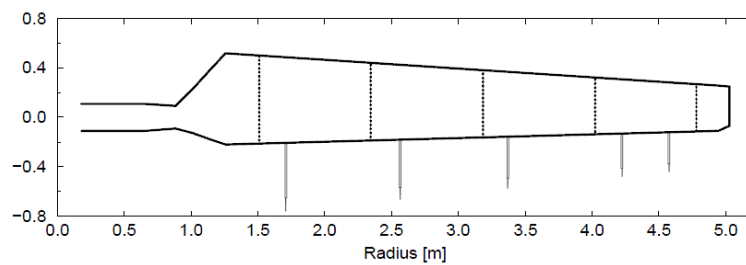
$$C_{L_{3D}} = C_{L_{2D}} + \left( C_{L_{3D}}(\alpha_{30}) - \frac{C_{L_{3D}}(\alpha_{30})}{30}(\alpha - 30) \right) \quad (3.13)$$

Finalmente, para ángulos mayores a 60 grados, el valor utilizado es el obtenido sin rotación ( $C_{L_{3D}} = C_{L_{2D}}$ ).

El modelo de Viterna puede aplicarse al principio del código, mientras que el modelo de Snel se aplica en cada iteración con tal de tener en cuenta la posición radial del elemento. Cabe recordar, que en zonas determinadas el efecto del retraso en la pérdida es más acusado por lo que existe una variación radial a tener en cuenta.

#### 3.1.2.2. Validación del modelo

El código se valida mediante una comparación de resultados analíticos y experimentales. En el coeficiente aerodinámico, se tienen en cuenta los valores obtenidos experimentalmente por la universidad de Colorado (CSU, color rojo) bajo un número de Reynolds de 500.000 [36]. El perfil utilizado es el S809. Se muestran, también, los resultados obtenidos por la NASA y el instituto de energías renovables (NREL, color verde) [37] en condiciones de rotación. En este caso, los resultados son los obtenidos del experimento NREL phase VI [38].

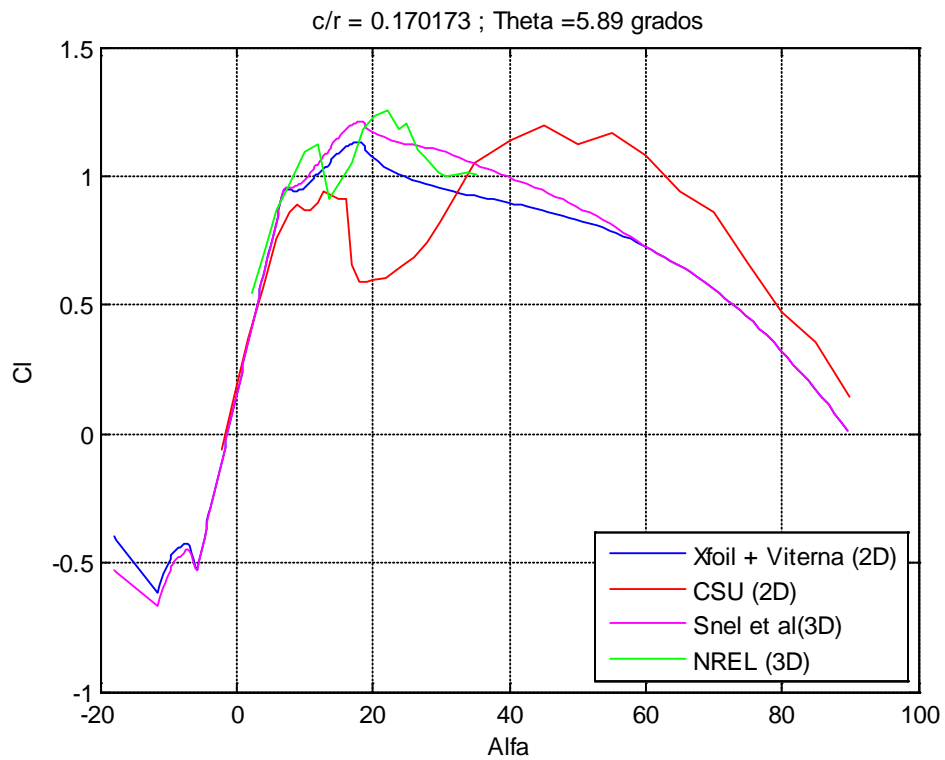


**Figura 3.3** Geometría de las palas UAE phase-VI [39]

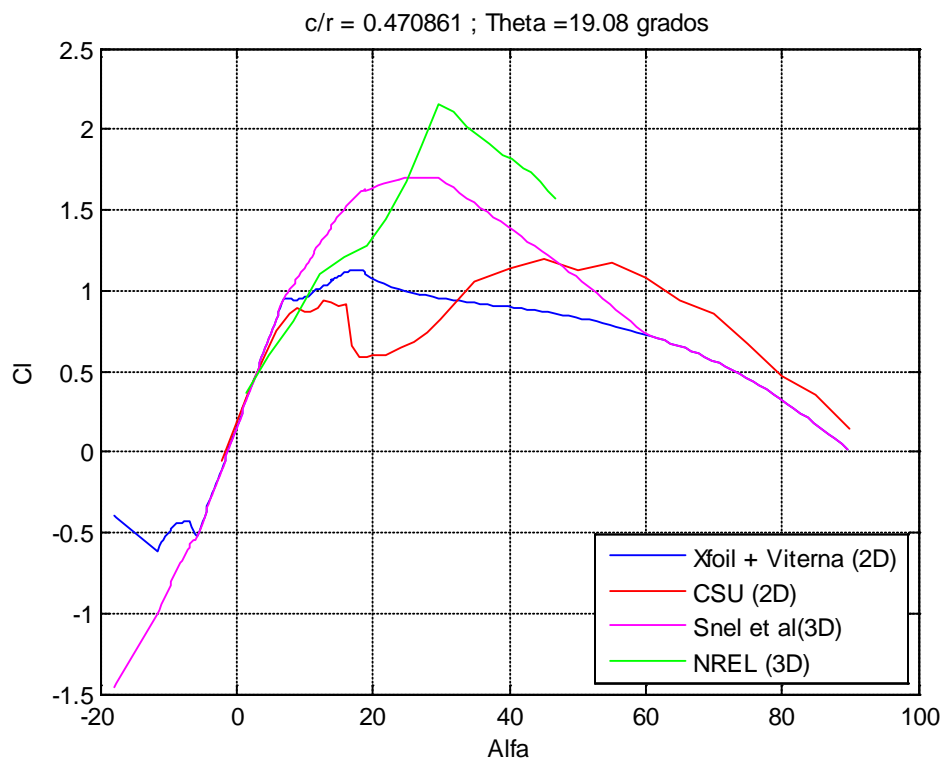
Se realizan dos simulaciones en dos secciones distintas de la pala.

**Tabla 3.1** Variables utilizadas en la simulación (Modificación de coeficientes)

	$\%R_t$	$c/r$	$\theta$ (grados)
Simulación 1	63,33	0,1701	5,89
Simulación 2	30	0.4709	19,08



**Figura 3.4** Simulación 1: Coeficiente de sustentación ( $c/r=0,17$ ;  $\theta=5,89$ )



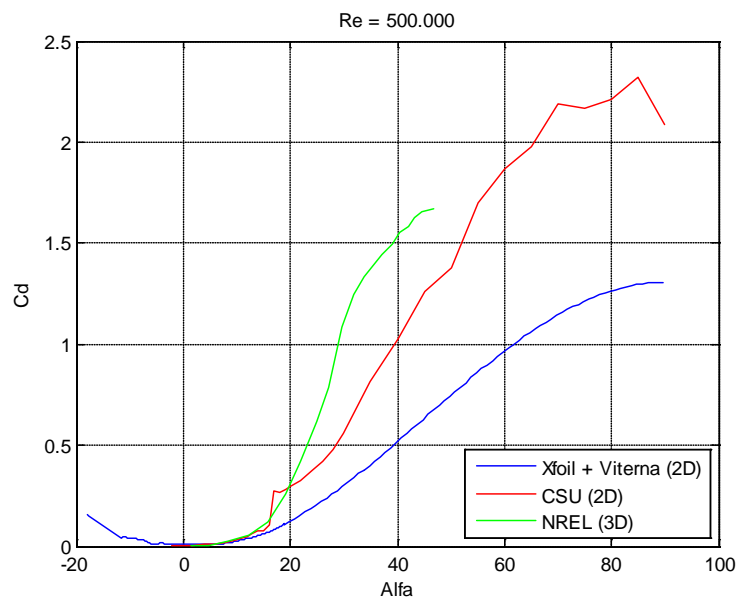
**Figura 3.5** Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $c/r=0,47$ ;  $\theta=19,08^\circ$ )



En ambos casos, se parte de un coeficiente de sustentación obtenido mediante Xfoil [40]. Se interpolan los coeficientes hasta 90 grados. Es bien conocido que el programa Xfoil funciona bien en zonas de flujo adherido difiriendo en zonas cercanas a la pérdida. Por este motivo, los resultados iniciales ya contienen errores respecto a los valores experimentales.

La Figura 3.5 muestra los resultados para una posición radial del 30%. Los resultados mejoran notablemente con el modelo de Snel implementado pero la correlación entre resultados es mejorable en ángulos cercanos a la pérdida. La Figura 3.4 muestra los resultados para una posición radial del 63%. Los resultados son mejores que los obtenidos en la Figura 3.5.

El coeficiente de resistencia es simplemente extrapolado y comparado con el coeficiente obtenido experimentalmente por la universidad de Colorado (CSU). La Figura 3.6 muestra que los resultados obtenidos difieren de los resultados experimentales. Los valores calculados son inferiores a los experimentales sin rotación.

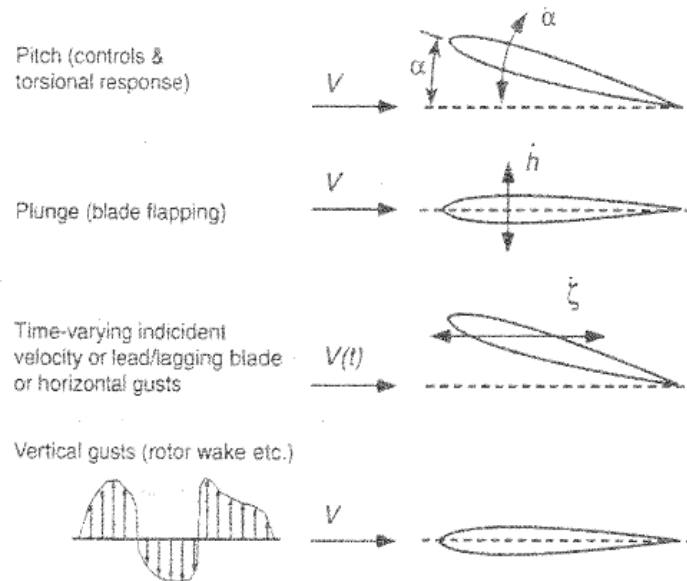


**Figura 3.6** Simulación 1: Coeficiente de resistencia

En general, los resultados mejoran con la utilización del modelo. Es necesario un estudio más detallado que intente mejorar los resultados obtenidos. Por otro lado, es necesario también añadir el efecto tridimensional al coeficiente de resistencia. Debido a la falta de correlación en ciertos casos, es mejor utilizar en el programa los coeficientes obtenidos por otras fuentes, o bien por datos experimentales o bien por CFD. Aún así, ambos modelos son implementados en el código y pueden ser utilizados en ciertas condiciones.

### 3.1.3. Beddoes-Leishman

Como se ha comentado anteriormente, las condiciones en las que trabaja un aerogenerador se pueden considerar no estacionarias. Constantemente, se producen cambios en las fuerzas aerodinámicas debido a la composición de la estructura del fluido y el movimiento cambiante de la pala. Éstos, se presentan, básicamente, en forma de perturbación en el ángulo de ataque y en el campo de velocidad (Figura 3.7).

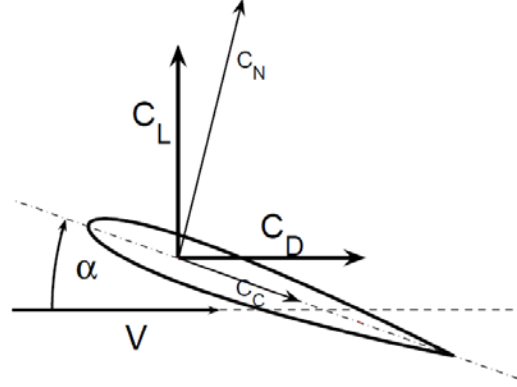


**Figura 3.7** Perturbación en el ángulo de ataque y campo de velocidad [41]

El modelo presentado conjuntamente por Beddoes y Leishman (1989) tiene en cuenta diferentes fenómenos involucrados en el proceso de la pérdida dinámica. Este método es capaz de representar, matemáticamente, la sustentación, la resistencia y el momento aerodinámico desde un punto de vista no estacionario. Originalmente, este método fue creado para helicópteros pero es perfectamente utilizable en el ámbito eólico. Por este motivo, se tienen en cuenta en las ecuaciones efectos de compresibilidad que perfectamente podrían ser despreciables en el cálculo de aerogeneradores.

La teoría completa consta de tres módulos independientes cuya función es modelizar un fenómeno físico concreto. El primer módulo presenta un modelo de flujo adherido basado en el efecto Theodorsen. El segundo, un modelo de flujo desprendido que modeliza la no linealidad de cargas mediante la teoría Kirchhoff/Helmholtz. El tercer y último módulo es el encargado de representar la pérdida dinámica inducida por el vórtice de borde de ataque.

Para trabajar con el modelo original, es necesario, primero, transformar las fuerzas aerodinámicas, inicialmente en ejes viento, en ejes cuerpo (Figura 3.8). Es habitual encontrar textos que trabajan en ejes viento por lo que este cambio no es necesariamente importante [42] [32].



**Figura 3.8** Ejes viento y ejes cuerpo [43]

$$C_N = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \quad (3.14)$$

$$C_N = C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \quad (3.15)$$

Se muestra, a continuación, el modelo estándar cuya formulación viene representada en forma indicial. Destacar, también, que se tienen solamente en cuenta las perturbaciones provocadas en el ángulo de ataque por cabeceo, despreciando los efectos no estacionarios inducidos por el aleteo de la pala ( $\dot{h}$ ).

### 3.1.3.1. Flujo adherido

Como se ha comentado anteriormente, cuando la vorticidad ligada al perfil varía con el tiempo, se desprende un torbellino en la estela que induce un flujo adicional. De esta manera, si la circulación aumenta durante un periodo determinado de tiempo, la sustentación se ve reducida debido a esta estela turbulenta. Cuando se producen cambios bruscos en la orientación del perfil aparece también una fuerza adicional que hay que tener en cuenta. Ambos efectos son implementados en el módulo 1 de flujo adherido en forma de impulso y flujo circulatorio.

Aplicando la integral de Duhamel y despreciando la variación temporal de la velocidad inducida, el coeficiente circulatorio se puede expresar de la siguiente manera:

$$C_N^c = 2\pi \left( \alpha(s_0) \phi^c(s) + \int_{s_0}^s \frac{d\alpha}{ds} \phi^c(s - \sigma) d\sigma \right) \approx C_{N,\alpha} \alpha_e \quad (3.16)$$

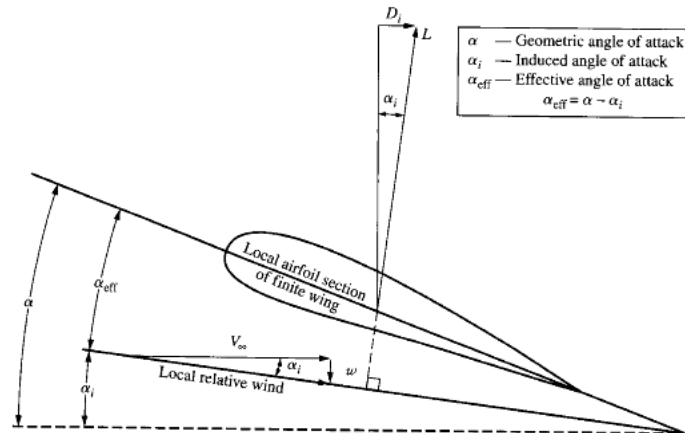
La variable de integración ( $s$ ) es el tiempo adimensional:

$$s = \frac{2}{c} \int_0^t V dt = \frac{2Vt}{c} \quad (3.17)$$

Las funciones de Küssner y Wagner ( $\phi^C$ ) representan la respuesta indicial obtenida en la salida al excitar la entrada con un escalón unidad. En principio, solo son validas para flujo incompresible, pero se han visto modificadas para permitir un uso más generalizado ( $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ ). En este caso, la función modificada se puede aproximar como una exponencial:

$$\phi^C(s) = 1 - A_1 e^{-\beta^2 b_1 s} - A_2 e^{-\beta^2 b_2 s}; A_1 + A_2 = 1 \quad (3.18)$$

Por otro lado, el ángulo de ataque efectivo ( $\alpha_e$ ) hace referencia al ángulo real que ve el perfil, y viene determinado por el ángulo geométrico y el ángulo de inducido (Figura 3.9).



**Figura 3.9** Campo de velocidades según la teoría del ala larga de Prandtl [14]

Matemáticamente, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\alpha_e(s) = \alpha(s) - X(s) - Y(s) \quad (3.19)$$

Donde:

$$X(s) = A_1 \int_{s_0}^s \frac{d\alpha}{ds}(\sigma) e^{-b_1 \beta^2 (s-\sigma)} d\sigma \quad (3.20)$$

$$Y(s) = A_2 \int_{s_0}^s \frac{d\alpha}{ds}(\sigma) e^{-b_2 \beta^2 (s-\sigma)} d\sigma \quad (3.21)$$

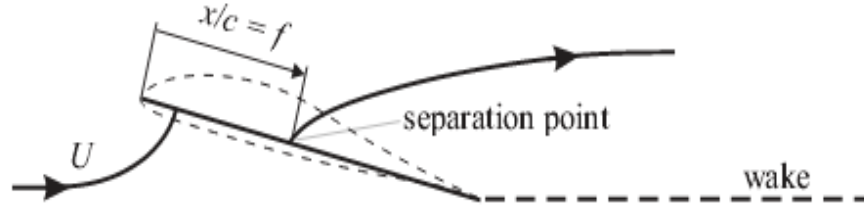
Finalmente, el coeficiente impulsivo se puede expresar de la siguiente forma:

$$C_N^I(t) = \frac{\pi c}{2V} \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.22)$$

$$C_N^P(t) = C_N^C(t) + C_N^I(t) \quad (3.23)$$

### 3.1.3.2. Flujo desprendido

En el momento en el que el ángulo de ataque es muy elevado, el flujo se desprende o bien por el borde de salida o bien por el borde de ataque. El modelo original presenta ambos casos. En teoría de aerogeneradores, lo típico es que este desprendimiento se produzca por el borde de salida debido al espesor elevado (>15%) de los perfiles empleados [42].



**Figura 3.10** Punto de desprendimiento según la teoría potencial de Kirchhoff [42]

Para una distribución de presiones existe una sustentación determinada y un punto de desprendimiento (Figura 3.10) relacionados ( $0 \leq f \leq 1$ ). El módulo 2 implementa el retraso producido entre presión, capa límite y sustentación y el retraso dinámico, respecto a condiciones estacionarias, relacionado con el movimiento del punto de desprendimiento. Este retraso se puede implementar mediante constantes temporales ( $T_p$  y  $T_f$ ).

$$\frac{dC_N^{P'}}{ds} = \frac{C_N^P - C_N^{P'}}{T_p} \quad (3.24)$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{f' - f''}{T_f} \quad (3.25)$$

Donde  $C_N^{P'}$  hace referencia al coeficiente de sustentación dilatado respecto  $C_N^P$  y  $f'$  al punto de desprendimiento para el cual el ángulo de ataque ( $\alpha_f$ ) produce este  $C_N^{P'}$ . Dicho de otra manera,  $f' = f(\alpha_s)$  representa el punto de desprendimiento que se obtiene en condiciones de  $C_N^{P'}$  considerando

condiciones estáticas. Finalmente,  $f''$  hace referencia al punto de desprendimiento dilatado respecto  $f'$ . En este caso, se tiene en cuenta el retraso de la capa límite.

Utilizando la teoría de Kirchhoff/Helmholtz el coeficiente de sustentación se expresa entonces:

$$C_N^f = C_{N,\alpha} \left( \frac{1 + \sqrt{f''}}{2} \right)^2 (\alpha_E - \alpha_0) + C_N^l \quad (3.26)$$

Cuando el vórtice generado en el borde de ataque se desplaza a lo largo del perfil y se desprende, se genera una sustentación adicional similar a la generada en flujo adherido.

El módulo 3 modeliza las condiciones en las que este vórtice se desprende mediante un parámetro crítico de control ( $c_v$ ) .

$$c_v = C_N^c - C_N^f \quad (3.27)$$

Como en el resto de casos, la formulación incluye una constante temporal que permite modelizar el efecto dinámico del sistema.

$$\frac{dC_N^v}{ds} = \frac{\frac{dc_v}{ds} - C_N^v}{T_v} \quad (3.28)$$

El coeficiente no estacionario final se obtiene sumando contribuciones:

$$C_N^U = C_N^v + C_N^f \quad (3.29)$$

### 3.1.3.3. Discretización y condiciones iniciales

Para resolver las ecuaciones explicadas anteriormente se utilizan distintas etapas temporales ( $\tau$ ). En cada paso se calculan los parámetros necesarios en función de los mismos en etapas anteriores. En este caso, se utiliza una aproximación en diferencias hacia adelante (forward difference) cuyo error global es de primer orden  $O(\tau)$ .

El uso del método del punto medio permite, finalmente, reducir este error, obteniendo un error final de segundo orden  $O(\tau^2)$ .

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} = \frac{x_{\tau+1} - x_{\tau}}{\Delta\tau} \quad (3.30)$$

De este modo, la integral de Duhamel, redefinida en función del ángulo de ataque puede ser calculada numéricamente utilizando pequeños intervalos de tiempo, lo que permite, a su vez, tener en cuenta el cambio temporal de la velocidad en cada step. Así pues, las funciones  $X(s)$  e  $Y(s)$ :

$$X_{\tau} = X_{\tau-1}e^{-b_1\beta^2\Delta s_{\tau}} + A_1\Delta\alpha_{\tau}e^{-b_1\beta\frac{\Delta s_{\tau}}{2}} \quad (3.31)$$

$$Y_{\tau} = Y_{\tau-1}e^{-b_2\beta^2\Delta s_{\tau}} + A_2\Delta\alpha_{\tau}e^{-b_2\beta\frac{\Delta s_{\tau}}{2}} \quad (3.32)$$

Utilizando métodos similares, se pueden resolver el resto de ecuaciones. En cada ecuación se obtiene una función que introduce el retraso en la respuesta dinámica del sistema (Deficiency functions  $\rightarrow D_{\tau}, D_{\tau}^P, D_{\tau}^f$ ).

$$D_{\tau} = D_{\tau-1}e^{\frac{-\Delta t}{K_{\alpha}T_l}} + \left( \frac{\Delta\alpha_{\tau} - \Delta\alpha_{\tau-1}}{\Delta t} \right) e^{\frac{-\Delta t}{2K_{\alpha}T_l}} \quad (3.33)$$

$$D_{\tau}^P = D_{\tau-1}^Pe^{\frac{-\Delta s_{\tau}}{T_P}} + (C_{L_{\tau}}^P - C_{L_{\tau-1}}^P)e^{\frac{-\Delta s_{\tau}}{2T_P}} \quad (3.34)$$

$$D_{\tau}^f = D_{\tau-1}^fe^{\frac{-\Delta s_{i,b,\tau}}{T_f}} + (f'_{\tau} - f'_{\tau-1})e^{\frac{-\Delta s_{\tau}}{2T_f}} \quad (3.35)$$

Donde:

$$T_l = \frac{c \text{ (cuerda)}}{a \text{ (velocidad sonido)}} \quad (3.36)$$

$$K_{\alpha} = \frac{0,75}{(1 - M) + \pi\beta^2M^2(A_1b_1 + A_2b_2)} \quad (3.37)$$

La ecuación que hace referencia al coeficiente por vórtice, se resuelve del mismo modo:

$$C_{N_{\tau}}^V = C_{N_{\tau-1}}^Ve^{\frac{-\Delta s_{i,b,\tau}}{T_v}} + (c_{v_{\tau}} - c_{v_{\tau-1}})e^{\frac{-\Delta s_{i,b,\tau}}{2T_v}} \quad (3.38)$$

En este caso, el efecto del vórtice solo se tiene en cuenta en el momento en el que éste se encuentra sobre el perfil, por lo que en el momento en el que lo deja la expresión anterior debe verse modificada:

$$C_{N_\tau}^V = C_{N_{\tau-1}}^V e^{\frac{-\Delta s_{i,b,\tau}}{T_v}} \quad (3.39)$$

Con tal de representar matemáticamente este efecto, se define  $\tau_v$  como el tiempo adimensional posterior a la formación del vórtice. Mientras éste no supere un valor representativo definido como  $T_{vl}$  (Tiempo que tarda el vórtice en pasar por el borde de salida), el vórtice se encontrará sobre el perfil.

$$\tau_v = T_{vl} + \frac{2(1 - f_\tau'')}{St} \quad (3.40)$$

Donde  $St$  es el número de Strouhal, típicamente de 0,19 [44].

Se puede ver, que el cálculo de estas ecuaciones depende de parámetros experimentales. Al tratarse de un método semi-empírico se necesitan este tipo de parámetros que puedan ser constantes bajo ciertas premisas físicas. Muchos de estos parámetros dependen del número de Mach y la forma del perfil. En este caso se pueden considerar constantes. Valores típicos que pueden encontrarse en cualquier fuente bibliográfica son los siguientes [45] [46]:

**Tabla 3.2** Parametros experimentales (BL)

Flujo adherido				
$A_1$	$A_2$	$b_1$	$b_2$	$K_\alpha(M = 0)$
0,3	0,7	0,14	0,53	0,75
Flujo desprendido				
$T_P$	$T_f$	$T_v$	$T_{vl}$	
1,5	5	6	5	

Es necesaria una condición inicial para poder utilizar el método del punto medio. Suponiendo que el perfil se encuentra inicialmente en estado estacionario:  $X_{i,b,\tau=0} = Y_{i,b,\tau=0} = D_{i,b,\tau=0} = D_{i,b,\tau=0}^P = D_{i,b,\tau=0}^f = 0$ . Por otro lado, inicialmente el flujo se encuentra totalmente adherido, por lo que  $f_{i,b,\tau=0} = f'_{i,b,\tau=0} = 1$  y  $dC_{N_{i,b,\tau}}^{P'} = 0$ .

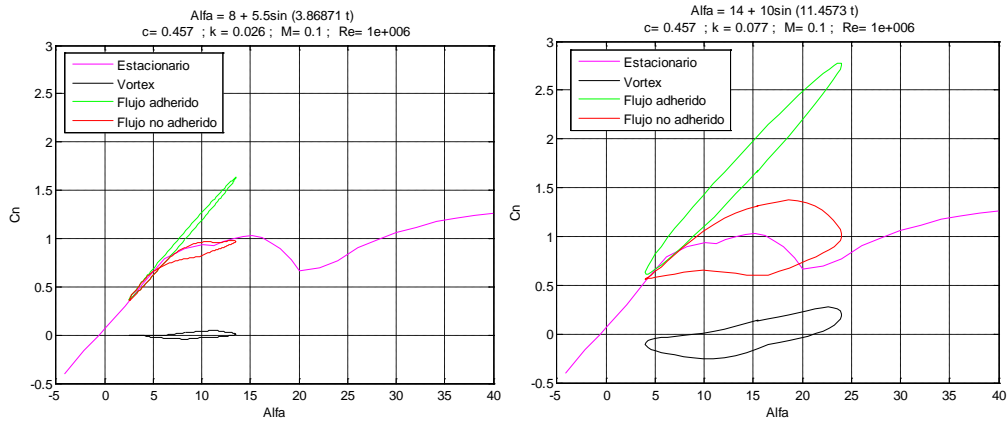
Así pues, los valores iniciales utilizados son los siguientes:



**Tabla 3.3** Condiciones iniciales (Modelo de Beddoes-Leishman)

Condiciones iniciales				
$X_{i,b,\tau=0}$	$Y_{i,b,\tau=0}$	$D_{i,b,\tau=0}$	$D_{i,b,\tau=0}^P$	$D_{i,b,\tau=0}^f$
0	0	0	0	0
$C_{L_{i,b,\tau=0}}^C$	$f'_{i,b,\tau=0}$	$C_{N_{i,b,\tau=0}}^V$	$c_{v_{i,b,\tau=0}}$	$\Delta\alpha_{i,b,\tau=0}$
0	1	0	0	0

La Figura 3.11 muestra la contribución sobre el coeficiente estático de los distintos modelos de flujo adherido (color verde) y no adherido (color rojo). En este caso, la contribución del vórtice (color negro) es pequeña en la figura de la izquierda debido al bajo ángulo de ataque al que es sometido el perfil. A medida que el ángulo de ataque aumenta esta contribución también lo hace (derecha). Con tal de comparar estos valores con valores típicos obtenidos en el túnel de viento, se añaden en el gráfico los datos obtenidos de manera estacionaria (OSU [36], color rosa)



**Figura 3.11** Contribución de los distintos módulos (BL)

El algoritmo completo se muestra en el esquema presentado en la siguiente página (Figura 3.12). Éste incluye toda la formulación discretizada y muestra de manera clara los pasos seguidos.

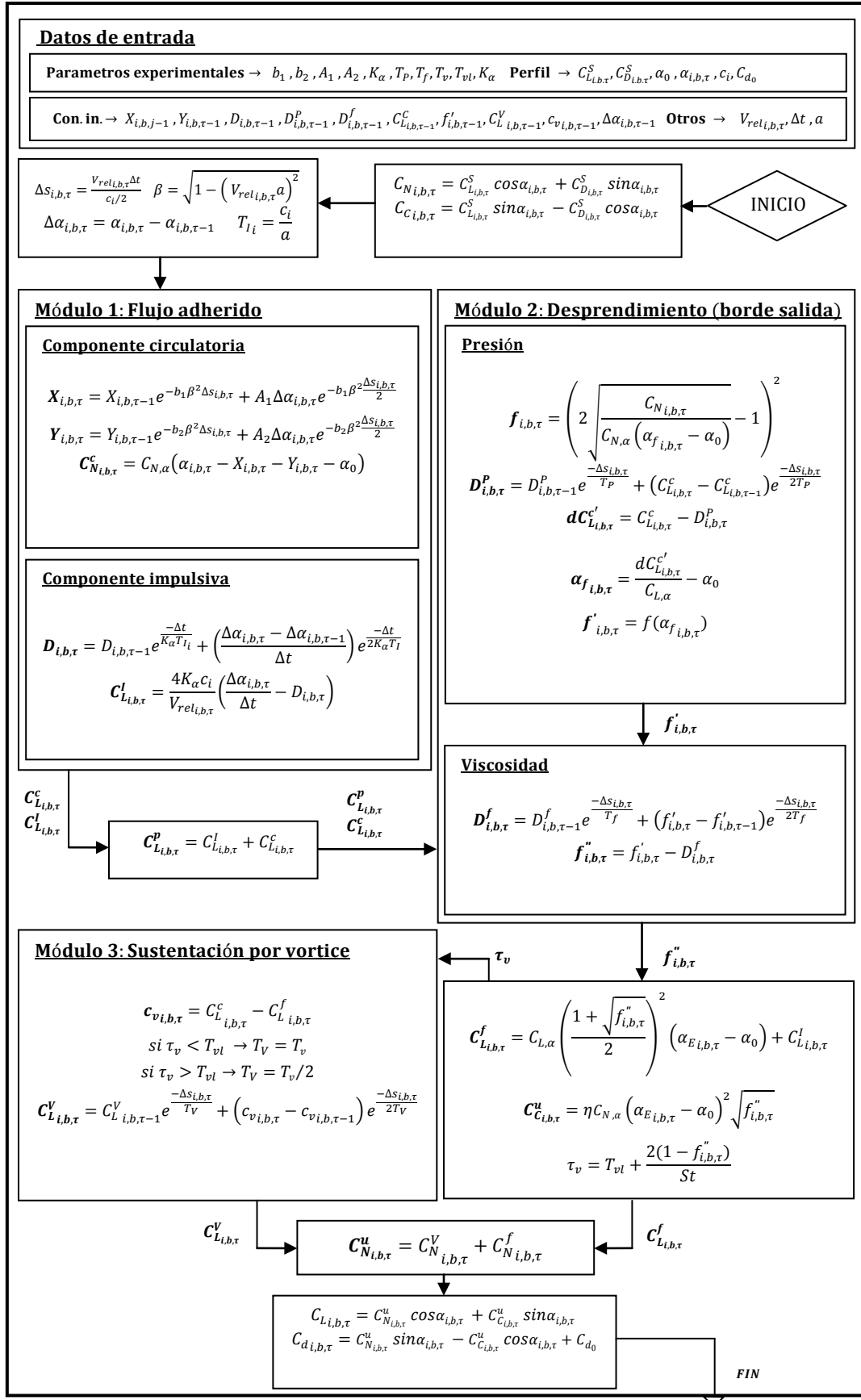


Figura 3.12 Algoritmo de resolución (BL)

3.1.3.4. Validación del modelo

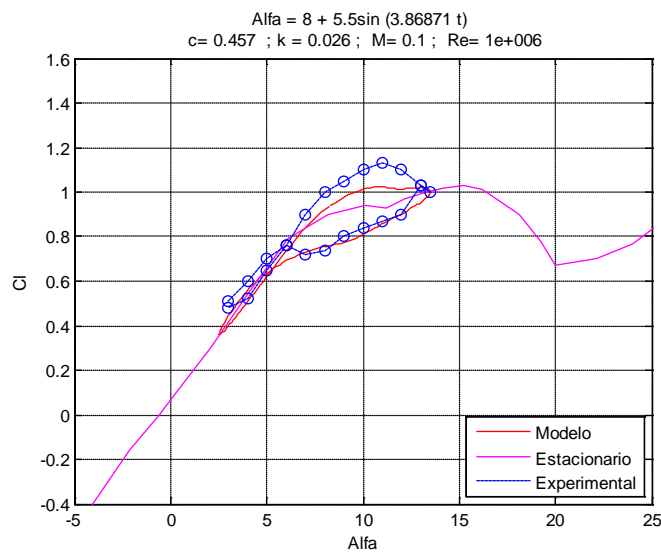
Con tal de validar el código implementado se impone un movimiento de ángulo de ataque que varía con el tiempo. Este movimiento viene determinado por una frecuencia definida como  $k = \omega c / 2V_{rel}$  denominada frecuencia reducida. Si esta frecuencia supera 0.05 se considera que el problema a tratar es no estacionario, mientras que si el valor es inferior se pueden despreciar estos efectos [29] [47]. Se puede ver que la frecuencia reducida depende de la velocidad relativa ( $V_{rel}$ ), de la cuerda del perfil ( $c$ ) y de la frecuencia física del fluido ( $\omega \approx \Omega$ ).

En este caso, se define un ángulo de ataque  $\alpha = A_0 + A \sin(\omega t)$  determinado por una amplitud media y una amplitud de oscilación. Se comparan los datos obtenidos para diferentes valores en amplitud y frecuencia con los datos experimentales proporcionados por la universidad de Ohio (OSU, color rosa) [36]. Se toman como referencia los datos obtenidos para el perfil S809 (color azul) ( $R_e = 1 \cdot 10^6$ ) [48] [49].

**Tabla 3.4** Variables utilizadas en la simulación (BL)

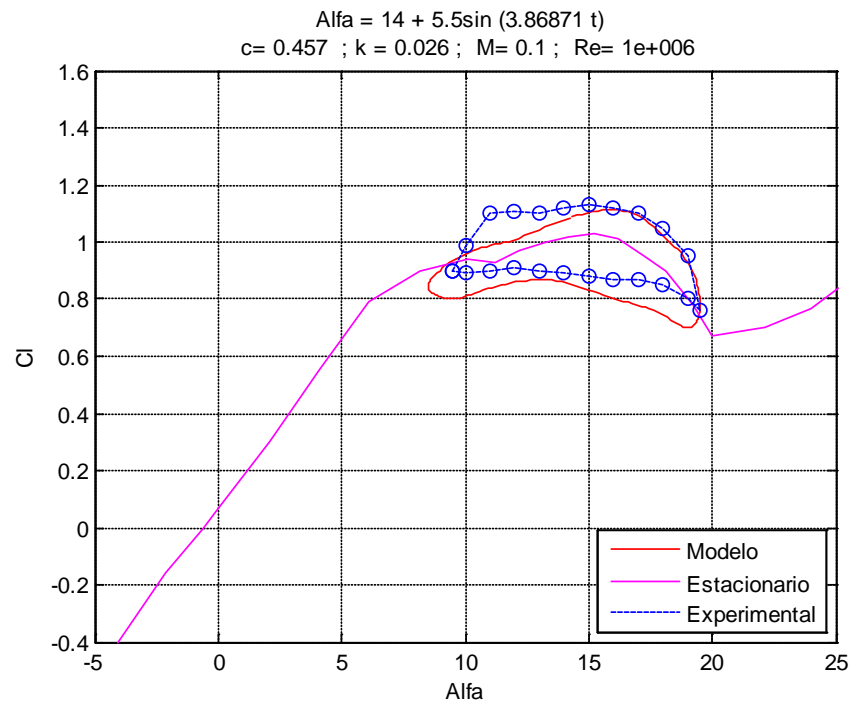
	$A_0$	$A$	$k$
Simulación 1	8	5,5	0,026
Simulación 2	14	5,5	0,026
Simulación 3	8	10	0,077
Simulación 4	14	10	0,077

En el primer caso (Figura 3.13), el coeficiente de sustentación muestra buena correlación respecto a los datos experimentales.

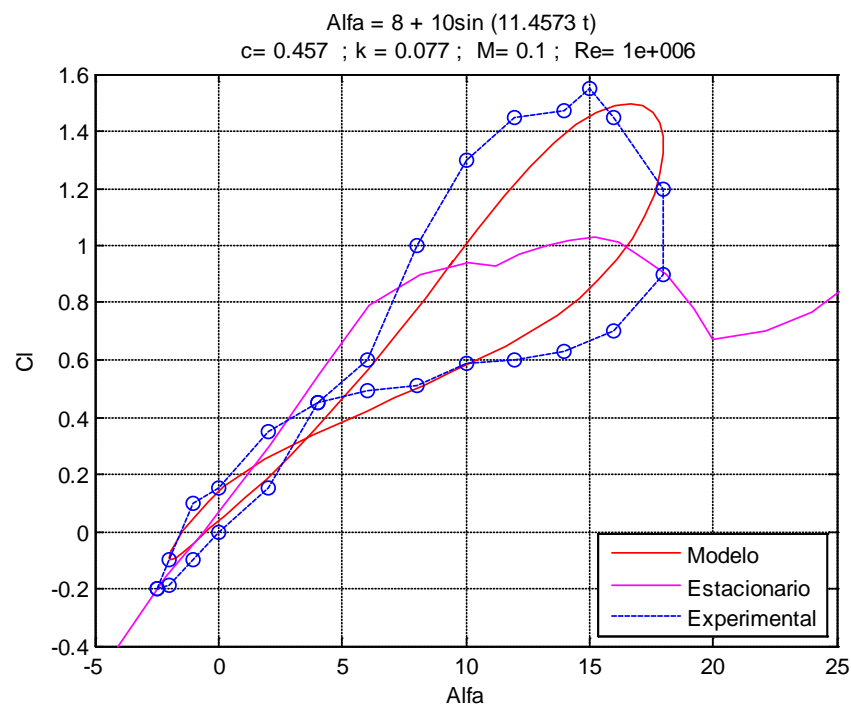


**Figura 3.13** Simulación 1: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ;  $A_0=8$ ;  $A=5,5$ )

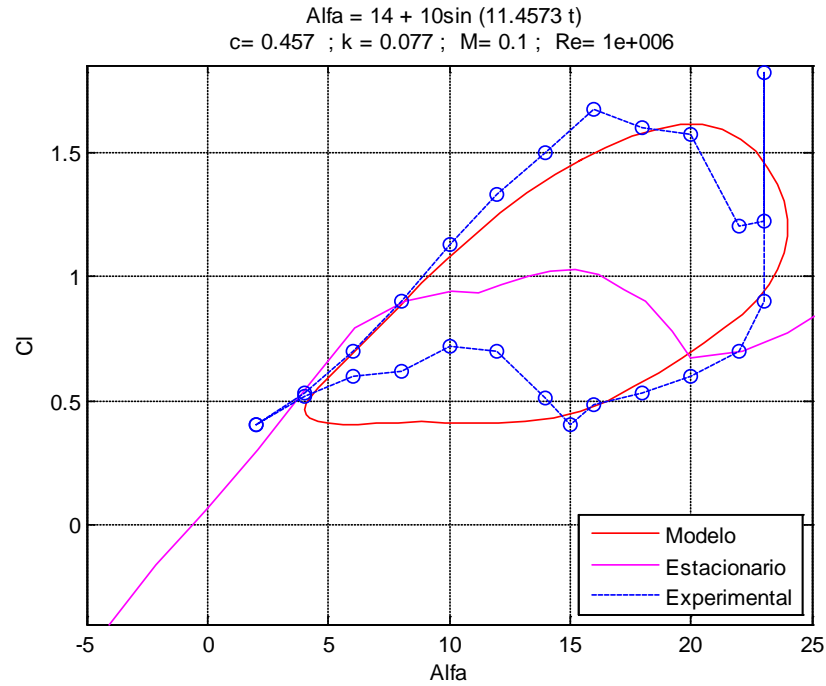
De igual modo, los resultados también son buenos para el resto de simulaciones (Figura 3.14, Figura 3.15 y Figura 3.16).



**Figura 3.14** Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ;  $A_0=14$ ;  $A=5,5$ )

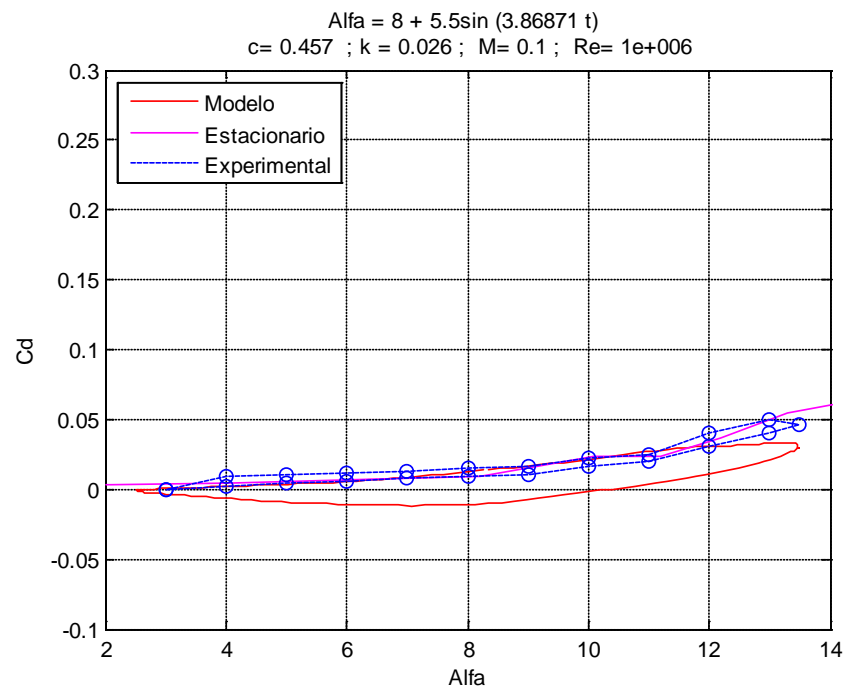


**Figura 3.15** Simulación 3: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ;  $A_0=8$ ;  $A=10$ )

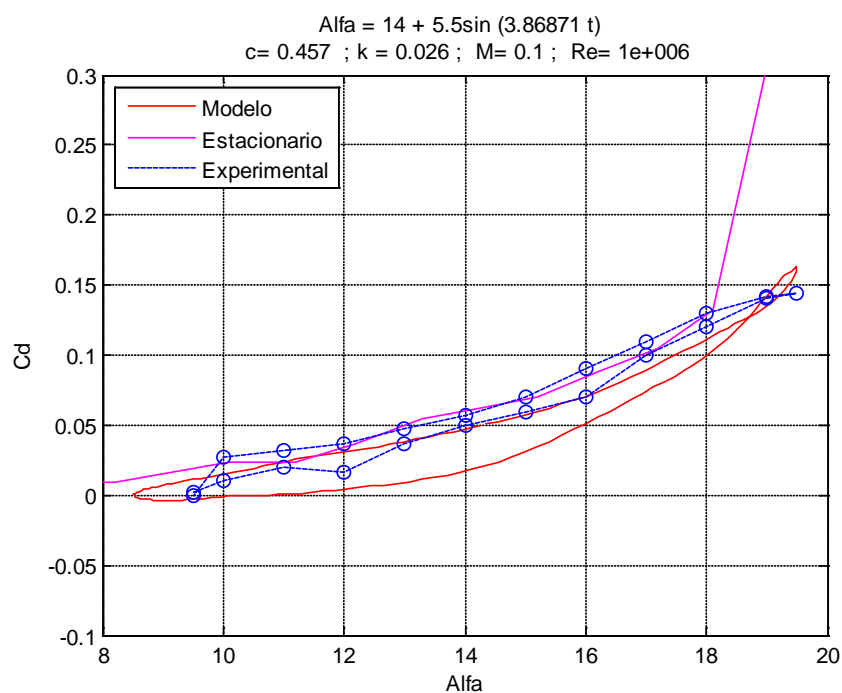


**Figura 3.16** Simulación 4: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ;  $A_0=14$ ;  $A=10$ )

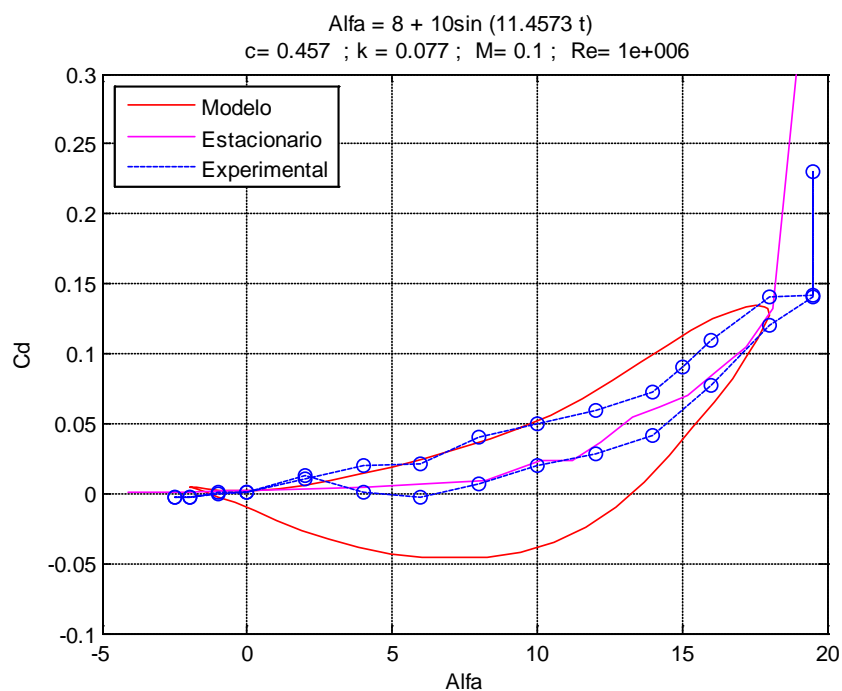
En general, el coeficiente de sustentación muestra resultados bastante buenos sobretodo en zonas de flujo adherido. A medida que el parámetro  $k$  aumenta, las diferencias entre los datos estacionarios y no estacionarios son cada vez más grandes. Esto es lógico teniendo en cuenta el sentido físico de este parámetro.



**Figura 3.17** Simulación 1: Coeficiente de resistencia ( $k=0,026$ ;  $A_0=8$ ;  $A=5,5$ )

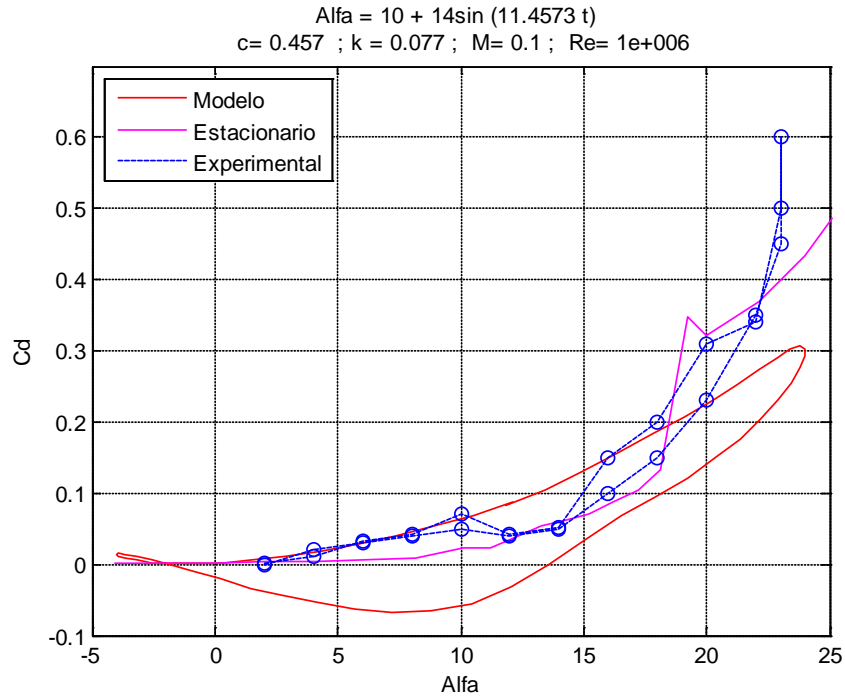


**Figura 3.18** Simulación 2: Coeficiente de sustentación ( $k=0,026$ ;  $A_0=14$ ;  $A=5,5$ )



**Figura 3.19** Simulación 3: Coeficiente de sustentación ( $k=0,077$ ;  $A_0=8$ ;  $A=10$ )

Las figuras anteriores (Figura 3.17 , Figura 3.18 y Figura 3.19) muestran los mismos resultados para el coeficiente de resistencia. Ésta vez, los resultados no son tan buenos, subestimando, en general, los valores obtenidos.



**Figura 3.20** Simulación 4: Coeficiente de resistencia ( $k=0,077$ ;  $A_0=14$ ;  $A=10$ )

La Figura 3.20 muestra también, resultados referentes al coeficiente de resistencia. En este caso, los resultados también son subestimados. Destacar, que en este caso, se observan errores mayores bajo ángulos de ataque elevados. Los errores seguramente provengan del modelo empleado.

#### 3.1.4. Modelo BEM

A continuación, se presenta un método que permite solucionar las fuerzas aerodinámicas generadas mediante la combinación de la teoría del disco actuador y la teoría del elemento de pala (Capítulo 2). En este caso, las ecuaciones antes explicadas se han de modificar con tal de obtener ecuaciones más generales útiles en condiciones de guiñada. Tonio Sants [10] presenta un algoritmo basado en estudios previos de Glauert [50] y Burton et al. [17] que tiene en consideración estas modificaciones. Se han realizado diversas modificaciones en este modelo con tal de facilitar los cálculos en el programa.

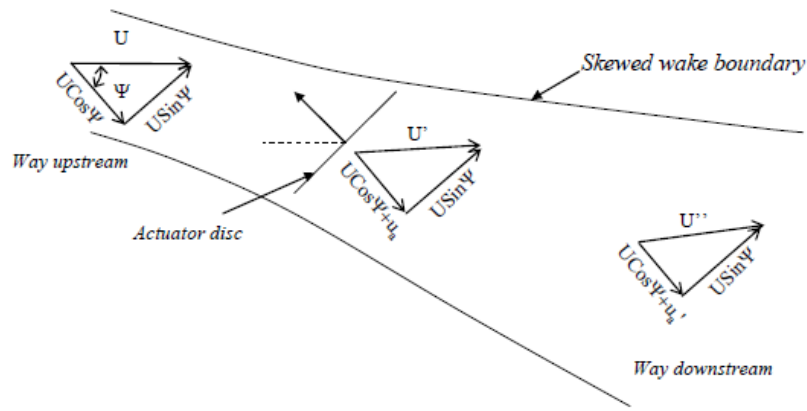
##### 3.1.4.1. Formulación matemática

Las fuerzas generadas dependen, básicamente, de la interacción disco-fluido. Por este motivo, la velocidad juega un papel importante. Se obtienen ecuaciones semejantes utilizando, primero, la teoría del momento lineal, y finalmente, la

teoría del elemento de pala. La combinación de ambas teorías permite el desarrollo de un algoritmo de cálculo.

Inicialmente, se emplea la teoría del momento lineal y disco actuador. Suponiendo que el eje del rotor no coincide en dirección con la velocidad incidente del viento, y representando la turbina como un disco actuador, se obtiene un campo de velocidades que tiene en cuenta el ángulo de guiñada del viento:

$$U_{X_a} = U \sin \psi \quad U_{Y_a} = U \cos \psi + u_a \quad (3.41)$$



**Figura 3.21** Disco actuador en condiciones de guiñada [10]

Es importante destacar que, tal y como se han definido los ejes, la velocidad inducida ( $u_a$ ) es negativa, teniendo en cuenta de este modo la reducción que experimenta el fluido al pasar a través del disco. El módulo de la velocidad queda definido como la suma cuadrática de ambos términos.

$$U' = \sqrt{U^2 \sin^2 \psi + (U \cos \psi + u_a)^2} \quad (3.42)$$

En este momento, se introduce la ecuación definida por Glauert [50], obtenida en el Capítulo 2 (2.5). Esta ecuación se utiliza, posteriormente, en cada anillo o tubo de corriente ( $A = 2\pi r \delta r$ ).

$$T = -2\rho u_a U' A \quad (3.43)$$

Haciendo uso también de (2.6) se obtienen, dos primeras ecuaciones que relacionan tracción, par y velocidad inducida.



$$\delta T = -4\pi\rho u_a r \sqrt{U^2 \sin^2 \psi + (U \cos \psi + u_a)^2} \delta r \quad (3.44)$$

$$\delta Q = 4\pi\rho u_t r^2 \sqrt{U^2 \sin^2 \psi + (U \cos \psi + u_a)^2} \delta r \quad (3.45)$$

Típicamente, ambas expresiones se suelen encontrar en función de los factores de inducción  $a$  y  $a'$ , ambos parámetros adimensionales. Debido a la complejidad de los cálculos en tridimensional, parece más claro representar las ecuaciones en función de velocidades.

$$a = \frac{u_a}{U} \quad y \quad a' = \frac{u_t}{\Omega r} \quad (3.46)$$

En aerogeneradores que soportan grandes cargas ( $-u_a > 0,38 U$ ), el resultado deja de tener sentido físico. En este caso, la ecuación debe substituirse por la siguiente:

$$\delta T = C_T \pi \rho r U^2 \delta r \quad (3.47)$$

Como se ha explicado anteriormente,  $C_T$  debe ser encontrado de manera experimental. El Capítulo 2 muestra distintas alternativas que pueden emplearse. En este caso, por ejemplo:

$$C_T = 0.5776 - 0.96a \quad (3.48)$$

De manera análoga, se obtiene el mismo resultado mediante la teoría del elemento de pala. En este caso, la turbina ya no se presenta como un disco actuador. Es necesario conocer las velocidades que intervienen en el problema. La velocidad relativa para cada elemento de pala se puede expresar como la suma de velocidades que interactúan con la misma. La velocidad del viento en ejes  $X-Y-Z$ , la velocidad inducida por el rotor en ejes  $x-y-z$  y finalmente la velocidad de la pala en ejes  $\eta-\zeta-\xi$ . Con tal de trabajar con el elemento de pala, lo más fácil es transformar estas velocidades a ejes  $x-y-z$ . La velocidad del viento y la velocidad de la pala se pueden sumar de la siguiente manera:

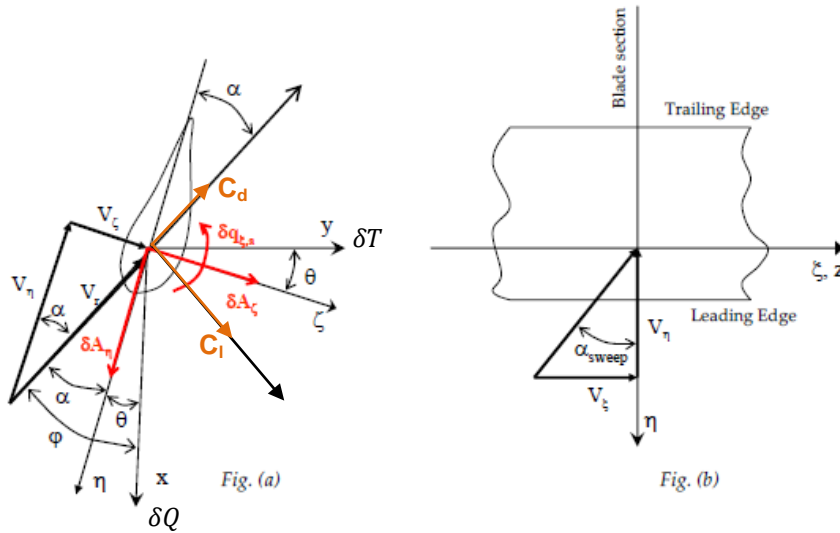
$$V_{(x-y-z)} = A_4 A_3 A_2 A_1 \bar{U}_{(X-Y-Z)} - (A_6 A_5)^{-1} V_{A(\eta-\zeta-\xi)} \quad (3.49)$$

Se puede ver, que en caso de flujo axial bidimensional y  $\chi = 0$  los ejes  $X-Y-Z$  y  $x_r-y_r-z_r$  coinciden, por lo que, la velocidad del viento y la velocidad inducida

comparten la misma dirección. Las ecuaciones que modelizan el movimiento dinámico de la pala vienen dadas por  $V_{A(\eta-\zeta-\xi)}$ :

$$\begin{aligned} V_{A,\eta} &= r\Omega\cos\theta - \dot{\psi}[(d_a + \beta r)\cos\theta + v]\cos\phi - \dot{\psi}r\sin\theta\sin\phi \\ V_{A,\zeta} &= r\Omega\sin\theta + \dot{v} - \dot{\psi}(d_a + \beta r)\sin\theta\cos\phi + \dot{\psi}r\cos\theta\sin\phi \\ V_{A,\xi} &= (v'r - v)\Omega\sin\theta - \dot{\psi}[d_a + (v - v'r)\cos\theta]\sin\phi \end{aligned} \quad (3.50)$$

En este aspecto, la teoría del elemento de pala permite un estudio más detallado de la velocidad. Mientras que en ésta se tienen en cuenta efectos tridimensionales, la teoría del momento lineal se basa simplemente en el ángulo de guiñada. La ecuación (3.50) se puede adaptar perfectamente a cálculos más avanzados en el ámbito aeroelástico. El elemento de pala se puede representar como un perfil bidimensional cuyo eje  $\zeta$  se encuentra a  $c/4$  del borde de ataque.



**Figura 3.22** Elemento de pala y composición de velocidades [modificado de 10]

Este tratamiento permite el cálculo de las fuerzas aerodinámicas mediante la velocidad relativa y el ángulo de ataque, definido por el triangulo de velocidades  $V_x - V_y - V_z$ .

$$V_r = \sqrt{(V_y + u_a)^2 + (V_x + u_t)^2} = \frac{V_y + u_a}{\sin\phi} = \frac{V_x + u_t}{\cos\phi} \quad (3.51)$$

$$\alpha = \phi - \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{V_y + u_a}{V_x + u_t}\right) - \theta \quad (3.52)$$

De este modo, mediante sucesivas proyecciones se pueden obtener dos ecuaciones más que relacionan tracción, par y velocidad. Las ecuaciones son las mismas que las tratadas en el Capítulo 2 (2.7) (2.8).

$$\delta T = \frac{1}{2} \rho c V_r^2 (C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi) \delta r \quad (3.53)$$

$$\delta Q = \frac{1}{2} \rho c V_r^2 r \cos \beta (C_l \sin \varphi - C_d \cos \varphi) \delta r \quad (3.54)$$

La combinación de ambas teorías permite obtener dos ecuaciones nuevas utilizadas en el cálculo de la velocidad inducida.

En este caso, la velocidad inducida obtenida es la media para cada tubo de corriente ( $\bar{u}_a$ ), por lo que cada fracción de área tendrá una velocidad inducida (axial y tangencial) que dependerá del número de palas. Se incluyen los efectos de pérdida en la punta de pala y raíz ( $\bar{f}$ ), y se añaden también los efectos procedentes de la estela ( $\bar{F}_{sa}$ ), ambos explicados en el Capítulo 2.

$$-4(\bar{u}_a) \sqrt{(U \cos \psi + \bar{u}_a)^2 + U^2 \sin^2 \psi} = \frac{c}{2\pi r} \left( \bar{V}_y + \frac{\bar{u}_a}{\bar{f}} \bar{F}_{sa} \right)^2 \left\{ \sum_{b=0}^{B-1} \frac{C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi}{\sin^2 \varphi} \right\} \quad (3.55)$$

$$4(\bar{u}_t) \sqrt{(U \cos \psi + \bar{u}_a)^2 + U^2 \sin^2 \psi} = \frac{c}{2\pi r \cos \beta} \left( \bar{V}_x + \frac{\bar{u}_t}{\bar{f}} \right)^2 \left\{ \sum_{b=0}^{B-1} \frac{C_l \sin \varphi - C_d \cos \varphi}{\cos^2 \varphi} \right\} \quad (3.56)$$

La primera ecuación es válida únicamente para valores pequeños de velocidad inducida.

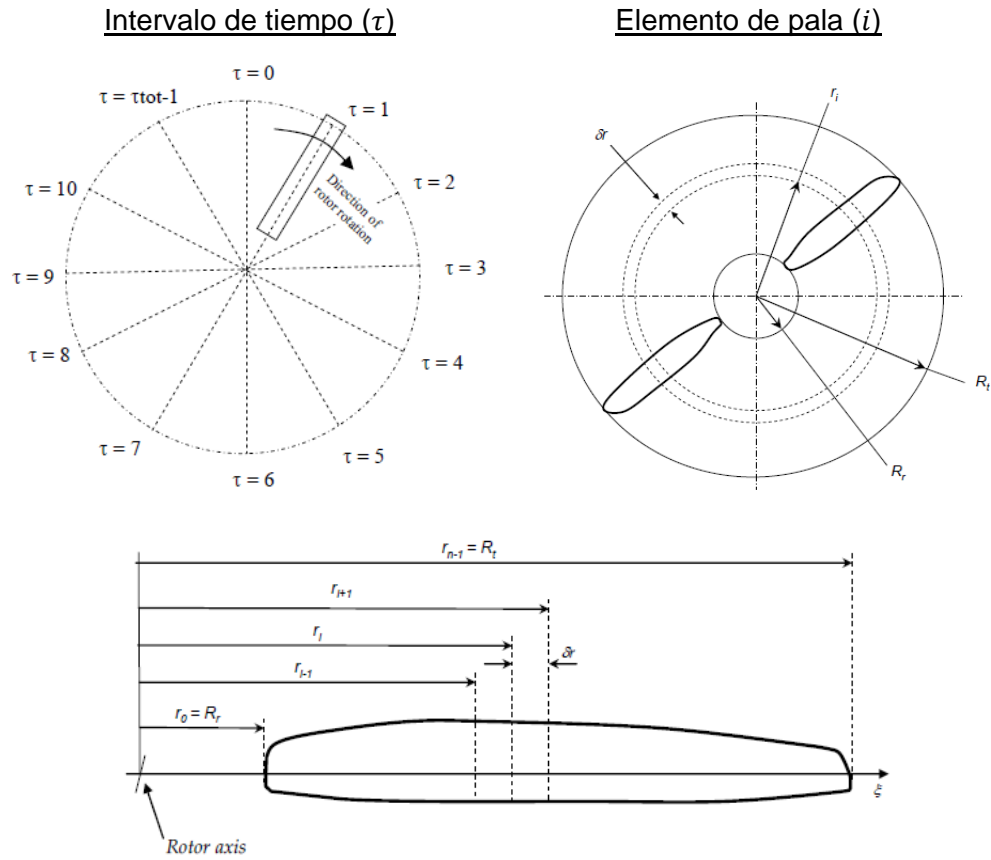
Cuando  $u_a/U > 0.38$ :

$$0.5776U^2 - 0.96(\bar{u}_a)U = \frac{c}{2\pi r} \left( \bar{V}_y + \frac{\bar{u}_a}{\bar{f}} \bar{F}_{sa} \right)^2 \left\{ \sum_{b=0}^{B-1} \frac{C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi}{\sin^2 \varphi} \right\} \quad (3.57)$$

#### 3.1.4.2. Discretización y algoritmo de resolución

Con tal de calcular la velocidad inducida por el rotor se inicializa el valor en cero, y posteriormente, se actualiza mediante cálculo numérico. Para encontrar una solución al problema propuesto es necesario implementar un código que permita el cálculo de la turbina en función del tiempo. En este caso, el código tiene en cuenta la posición azimutal de la pala en cada instante de tiempo y la posición radial de cada elemento de pala. Así pues, cada pala se encuentra en una

posición determinada del plano del rotor ( $\tau$ ) y a su vez se divide en un número limitado de elementos ( $i$ ).



**Figura 3.23** Discretización de elementos [10]

Esta división permite utilizar las ecuaciones en cada elemento de forma separada, incrementando la precisión del resultado final. En una primera iteración, se calculan las fuerzas aerodinámicas en cada elemento de pala, lo que permite obtener un valor de velocidad inducida media en cada porción de área ( $A = 2\pi r \delta r$ ).

Las ecuaciones (3.55) y (3.56) deben ser solucionadas mediante análisis numérico. El método de Newton-Raphson parece una solución viable teniendo en cuenta la forma de las distintas ecuaciones. Es un método rápido y efectivo si converge. Partiendo de una estimación inicial ( $u_{a0}$ ) se expresa la función como  $f(u_a) = 0$  y se calcula su derivada  $f'(u_a)$ . Posteriormente, utilizando la siguiente ecuación se obtiene el valor calculado y se repite el algoritmo hasta que la solución converge.

$$u_{aj+1} = u_{aj} - \frac{f(u_{aj})}{f'(u_{aj})} \quad (3.58)$$

De esta manera, se obtiene un primer valor de velocidad inducida que actualizará el valor inicial. La velocidad relativa se vuelve a calcular y se vuelven a obtener las fuerzas aerodinámicas. Las ecuaciones anteriores permitirán recalcular el valor de velocidad inducida hasta que éste consiga un valor aceptable en tolerancia. Cuando el valor sea el correcto se habrán calculado los parámetros deseados para cada elemento en el primer intervalo de tiempo. El algoritmo se vuelve a reiniciar en el nuevo intervalo de tiempo y se continúa la iteración hasta finalizar el código. Durante el proceso, se introducen las correcciones necesarias con tal de mejorar los resultados.

Al finalizar, se habrán obtenido las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre la turbina en cada elemento e intervalo temporal. El procedimiento seguido se puede ver en forma de esquema en la página siguiente. Esto facilita, en gran medida, la observación de las distintas ecuaciones utilizadas y el orden en el que han de solucionarse.

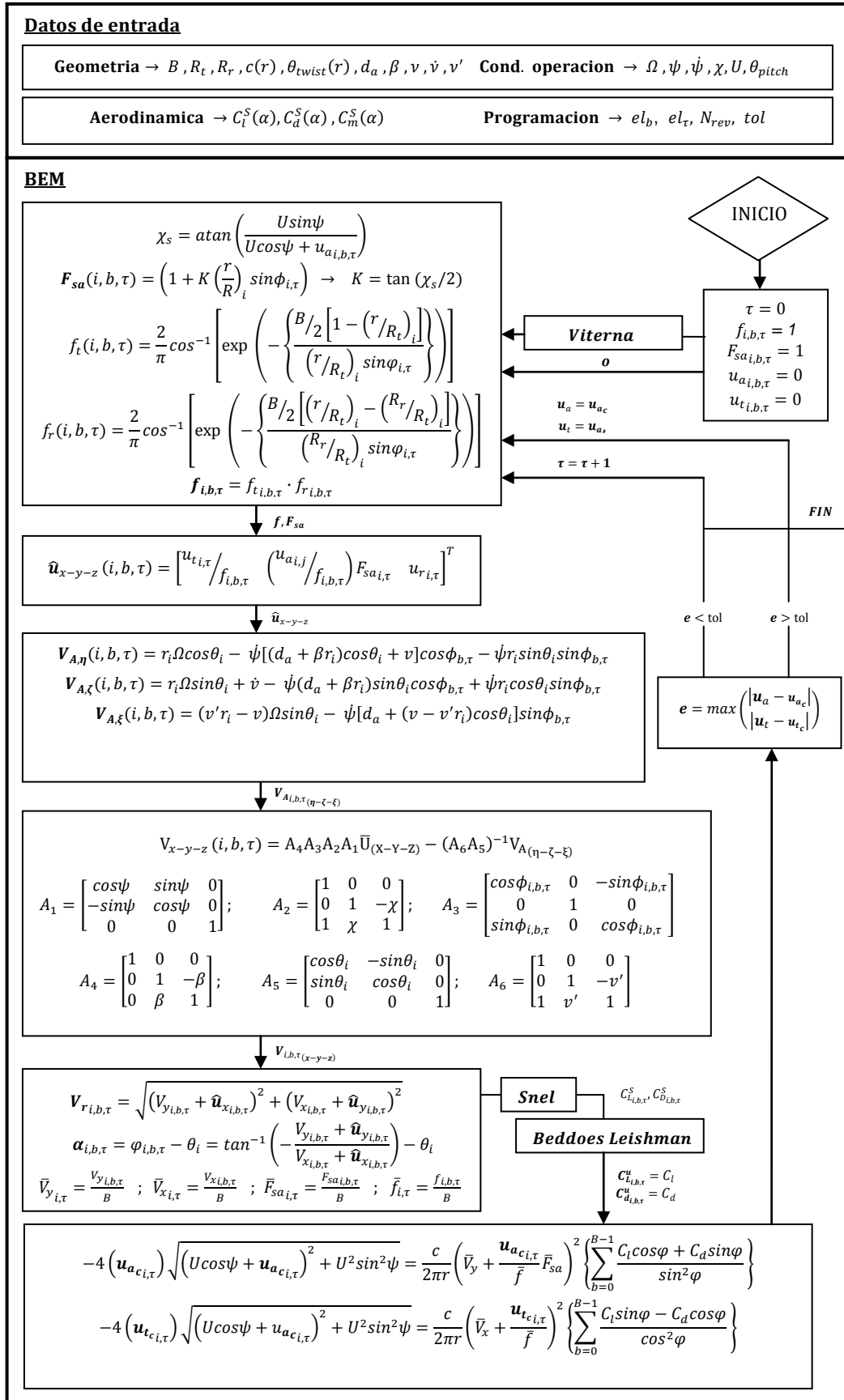


Figura 3.24 Algoritmo de resolución (BEM)

### 3.1.5. Integración de fuerzas aerodinámicas

El análisis anterior permite obtener, finalmente, la velocidad inducida y las fuerzas aerodinámicas a lo largo de las palas del aerogenerador. En cada instante de tiempo, estos valores pueden ser integrados con la finalidad de obtener un valor global. Lo más fácil es calcular el valor inducido por estas fuerzas en un punto clave de la estructura. Este punto puede ser, por ejemplo, el punto que une la parte móvil y la parte estática de la máquina ('Yaw bearing'). Este punto de unión entre góndola (nacelle) y torre es clave desde un punto de vista estructural. El método de cálculo es similar al utilizado en el estudio de Tonio Sants [10].

$$\delta F_{y_{i,b,\tau}} = \delta T_{i,b,\tau} = \frac{1}{2} \rho c V_{r_{i,b,\tau}}^2 \left[ C_{l_{i,b,\tau}}(\alpha) \cos \varphi_{i,b,\tau} + C_{d_{i,b,\tau}}(\alpha) \sin \varphi_{i,b,\tau} \right] \delta r \quad (3.59)$$

$$\delta F_{x_{i,b,\tau}} = \frac{1}{2} \rho c V_{r_{i,b,\tau}}^2 \left[ C_{l_{i,b,\tau}}(\alpha) \sin \varphi_{i,b,\tau} - C_{d_{i,b,\tau}}(\alpha) \cos \varphi_{i,b,\tau} \right] \delta r \quad (3.60)$$

Así pues, se conocen las fuerzas aerodinámicas en ejes  $x - y - z$ . Este sistema funciona de manera local cuando interesa encontrar las fuerzas generadas en cada elemento de pala. En este momento, es necesaria una transformación de ejes que permita tratar con estos valores en ejes  $X_a - Y_a - Z_a$ .

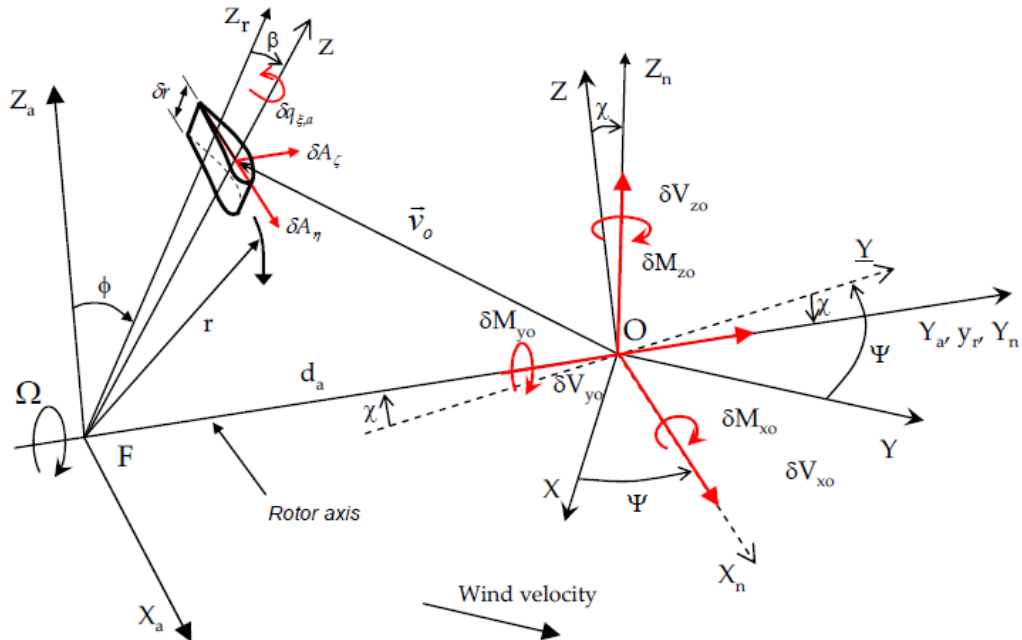


Figura 3.25 Fuerzas y momentos inducidos en el punto O [10]

En este caso las fuerzas en ejes  $X_a$ - $Y_a$ - $Z_a$  coinciden en módulo y dirección con las mismas en ejes  $X_n$ - $Y_n$ - $Z_n$ .

$$\begin{bmatrix} \delta V_{xo\,i,b,\tau} \\ \delta V_{yo\,i,b,\tau} \\ \delta V_{zo\,i,b,\tau} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \delta F_{x\,i,b,\tau} \\ \delta T_{i,b,\tau} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Con tal de no tener en cuenta el ángulo de guiñada ( $\psi$ ) y el ángulo de 'tilt' ( $\chi$ ) la matriz  $K$  hace referencia a la matriz inversa de  $S = A_4 A_3$ .

El momento inducido por estas fuerzas aerodinámicas depende de la distancia del elemento de pala respecto al punto O ( $\bar{v}_0$ ).

$$\bar{v}_{0(X_n-Y_n-Z_n)_{i,b,\tau}} = \begin{bmatrix} r_i \sin \phi_{b,\tau} \\ -d_a + \beta r_i \\ r_i \cos \phi_{b,\tau} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Despreciando el momento aerodinámico ( $\delta q_{\xi,a}$ ) del propio perfil, este momento inducido es resultado del producto vectorial de fuerza y distancia.

$$\begin{bmatrix} \delta M_{xo\,i,b,\tau} \\ \delta M_{yo\,i,b,\tau} \\ \delta M_{zo\,i,b,\tau} \end{bmatrix} = \bar{v}_{0(X_n-Y_n-Z_n)_{i,b,\tau}} \times \begin{bmatrix} \delta V_{xh\,i,b,\tau} \\ \delta V_{yh\,i,b,\tau} \\ \delta V_{zh\,i,b,\tau} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

En este instante, la integración de fuerza y momento se realiza mediante integración numérica. La regla del trapecio permite obtener un valor global para cada instante de tiempo y para cada pala.

$$\begin{aligned} (V_{xo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta V_{xo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta V_{xo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta V_{xo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta V_{xo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta V_{xo})_{b,\tau,n-1} \} \\ (V_{yo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta V_{yo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta V_{yo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta V_{yo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta V_{yo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta V_{yo})_{b,\tau,n-1} \} \\ (V_{zo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta V_{zo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta V_{zo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta V_{zo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta V_{zo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta V_{zo})_{b,\tau,n-1} \} \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} (M_{xo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta M_{xo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta M_{xo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta M_{xo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta M_{xo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta M_{xo})_{b,\tau,n-1} \} \\ (M_{yo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta M_{yo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta M_{yo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta M_{yo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta M_{yo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta M_{yo})_{b,\tau,n-1} \} \\ (M_{zo})_{b,\tau} &= \frac{1}{2} \{ ((\delta M_{zo})_{b,\tau,0} + 2[(\delta M_{zo})_{b,\tau,1} + \dots + (\delta M_{zo})_{b,\tau,i}] + \dots + (\delta M_{zo})_{b,\tau,n-1}) + (\delta M_{zo})_{b,\tau,n-1} \} \end{aligned} \quad (3.65)$$



Así pues, para cada instante de tiempo:

$$\begin{aligned} (S_{V_{xo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (V_{xo})_{b,\tau} & (S_{V_{yo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (V_{yo})_{b,\tau} & (S_{V_{zo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (V_{zo})_{b,\tau} \\ (S_{M_{xo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (M_{xo})_{b,\tau} & (S_{M_{yo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (M_{yo})_{b,\tau} & (S_{M_{zo}})_\tau &= \sum_{b=0}^{b=B-1} (M_{zo})_{b,\tau} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Donde  $S_{V_{yo}}$  y  $S_{M_{yo}}$  hacen referencia a tracción ( $T$ ) y par ( $Q$ ) respectivamente y  $C_T$  y  $C_Q$  a los coeficientes relacionados.

$$C_T = \frac{S_{V_{yo}}}{1/2 \rho A U^2} \quad (3.67)$$

$$C_Q = \frac{S_{M_{yo}}}{1/2 \rho A U^2 R} \quad (3.68)$$

Finalmente, la potencia y el coeficiente de potencia pueden ser calculados mediante el momento inducido  $S_{M_{yo}}$ .

$$P = S_{M_{yo}} \Omega \quad (3.69)$$

$$C_P = \frac{P}{1/2 \rho A U^3} \quad (3.70)$$

### 3.2. Estructura y funcionamiento

El código desarrollado en Matlab [51] tiene en cuenta distintos parámetros de entrada necesarios para el buen funcionamiento del programa.

Para ejecutar el código son necesarios dos archivos en formato .txt. Éstos han de contener la información aerodinámica y geométrica de las palas utilizadas en el estudio. En ambos casos, los archivos tienen que tener una estructura determinada. El primer archivo ha de contener cuatro columnas incluyendo ángulo de ataque (grados), coeficiente de sustentación, coeficiente de resistencia y coeficiente de momento. El segundo ha de contener la posición radial (m) y la cuerda (m) y la torsión (grados) definiendo la distribución de ambos parámetros a lo largo de la pala.

X	CHORD	TWIST	Alpha	CL	CD	CM
0.18	0.08	5.99	0	0	0.008589	1.35E-05
0.24	0.08	5.33	5	0.519895	0.015782	-0.00471
0.30	0.08	4.66	10	1.000683	0.02755	-0.01002
0.36	0.08	3.99	15	0.657947	0.132609	-0.05835
0.42	0.08	3.31	20	0.465796	0.15698	0.061568
0.48	0.08	2.66	30	0.927874	0.576852	0.177157
0.54	0.08	1.99	50	1.157604	1.190874	0.411402
0.60	0.08	2.00	90	0.027871	1.927949	0.518723
			130	-0.97926	1.345253	0.651483
			160	-0.53523	0.172799	0.18316
			170	-0.84022	0.127649	0.454261
			180	-3.3E-06	0.000844	7.19E-07

Figura 3.26 Modelo de archivo .txt

Además, el usuario tiene cierto control sobre distintas variables, según la finalidad del estudio:

#### Detalles geométricos

- Numero de palas que componen el rotor
- Distancia entre eje de giro y raíz de la pala (m).
- Distancia entre eje de giro y punta de pala (m).
- Distancia entre cabeza del rotor y pivote (m)
- Ángulo de conicidad (grados)
- Deflexión local de la pala (m)

#### Detalles de operación

- Velocidad de giro del rotor (rpm)
- Velocidad del viento (m/s)
- Densidad ( $kg/m^3$ )
- Ángulo de 'tilt' (grados) y variación temporal
- Ángulo de 'pitch' (grados) y variación temporal
- Ángulo de 'yaw' (grados) y variación temporal

#### Detalles de programación

- Número de elementos por pala
- Número de elementos por azimuth
- Número de revoluciones
- Tolerancia

Algunos de los parámetros de entrada no se pueden utilizar de forma correcta en el momento actual. A la hora de implementar los distintos modelos matemáticos, se han tenido en cuenta modificaciones posteriores en el ámbito aeroelástico (Ecuación (3.50)). De este modo, el código desarrollado contiene algunos parámetros que en este trabajo no se utilizan, sobretodo en el ámbito estructural.

Por otro lado, el usuario puede configurar el tipo de simulación que desea realizar mediante unos parámetros de control.

- Flag\_TL: Añade las pérdida en punta y raíz (Prandtl) y añade correcciones en la estela (Glauert y Coleman).
- Flag\_BL: Añade el modelo de Beddoes-Leishman y los efectos no estacionarios. Interesante en caso de ángulo de guiñada no nulo.
- Flag\_V: Extrapolación de coeficientes (Viterna). Interesante cuando el espectro de ángulos de ataque no es completo y es necesario.
- Flag\_S: Retraso en la pérdida (Snel). Interesante sobretodo bajo situaciones de alto número de Reynolds y zonas cercanas a la raíz.
- Flag\_Draw: Muestra de resultados en forma de gráficos.

Todos estos parámetros se pueden activar según la conveniencia.

- 0- No activado
- 1- Activado

Los resultados que se muestran dependen del tipo de estudio. En caso de flujo axial los resultados se muestran en función del radio de la pala.

En caso de flujo no estacionario, por ejemplo en guiñada, los resultados se muestran en función de la posición azimutal de los elementos. De este modo, un solo elemento se desplaza a lo largo del disco moviéndose 360 grados. El usuario puede añadir el número de revoluciones que desee.

Sería conveniente guardar estos datos en ficheros separados con tal de facilitar un procesamiento posterior. De momento, tal función no ha sido implementada y los datos se presentan únicamente en el entorno de Matlab. Los datos de salida más importantes vienen organizados según posición radial e instante temporal. Las columnas hacen referencia al instante temporal y las filas a la posición radial. El número de filas dependerá del número de palas ( $B$ ).

**Tabla 3.5** Formato de variables de salida

Parámetro		Intervalo de tiempo				
		$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = n$	
Elemento de pala	$i = 1$					Pala 1
	$i = 2$					
	$i = 3$					
	$i = 4$					Pala 2
	$i = 5$					
	$i = 6$					
	$i = k - 2$					Pala B
	$i = k - 1$					
	$i = k$					

Los parámetros más destacados como salida son:

- $V_r$ : Velocidad relativa (m/s)
- $\alpha$ : Ángulo de ataque (grados)
- $Cl_t$ : Coeficiente de sustentación
- $Cd_t$ : Coeficiente de resistencia
- $\delta T$ : Tracción (N/m)
- $\delta Q$ : Par (Nm/m)
- $u_a$ : Velocidad axial inducida (m/s)
- $u_t$ : Velocidad tangencial inducida (m/s)

Por otro lado, parámetros globales como:

- CT: Coeficiente de tracción
- CP: Coeficiente de potencia

El código está dividido en partes que facilitan el desarrollo del mismo. Se han utilizado funciones que permiten que el proceso de desarrollo sea mucho más fácil de realizar. De este modo, la validación del código es mucho más sencilla y se pueden reutilizar las funciones si se precisa. Si se quieren hacer modificaciones o se desea mejorar algún aspecto del código, el proceso es mucho más asequible. La lista es la siguiente:

- Input\_geometry\_function: Recoge los datos geométricos del fichero .txt.
- Input\_airfoil\_function: Recoge los datos aerodinámicos del fichero .txt.
- Viterna\_function: Implementa el modelo de Viterna.
- Snel\_function: Implementa el modelo de Snel.
- Beddoes\_leishman\_function: Implementa el modelo de Beddoes y Leishman.
- Prandtl\_Coleman\_function: Introduce las correcciones de Prandtl y Glauert-Coleman.
- Newton\_raphson\_function: Contiene el algoritmo de cálculo por Newton-Raphson.
- Coordinate\_System\_function: Permite el paso entre sistemas de coordenadas.
- Aerodynamic\_loads\_function: Permite la integración de coeficientes ofreciendo valores globales inducidos.
- Draw\_Yaw\_function: Proporciona los gráficos pertinentes en caso de flujo no estacionario.
- Draw\_Axial\_function: Proporciona los gráficos pertinentes en caso de flujo axial.

## Capítulo 4. Validación del código

El siguiente capítulo presenta una comparación entre datos experimentales realizados sobre el modelo de turbina de TUDelft y datos analíticos obtenidos mediante el código BEM realizado. Se presentan, primero, los resultados obtenidos bajo flujo axial y, posteriormente, bajo condiciones de guiñada. Se comentan los datos obtenidos teniendo presente las discrepancias entre experimento y simulación y se discuten las posibles causas que las provocan.

### 4.1. Modelo experimental

La validación del código se realiza mediante una comparación de resultados experimentales y analíticos. Se tienen en cuenta los resultados experimentales obtenidos por Tonio Sant en el modelo de turbina TUDelft [10]. En comparación con otros experimentos (NREL Phase VI [38]; Mexico [52]) estas mediciones permiten comparar los datos de forma local mediante resultados extraídos del flujo en la estela (película caliente). Mientras que los primeros se centran en medidas de presión, el segundo experimento realiza medidas detalladas de la velocidad inducida por el rotor. Estas mediciones permiten, posteriormente, la estimación de otros parámetros como el ángulo de ataque y las fuerzas aerodinámicas mediante la línea sustentadora de Prandtl.

**Tabla 4.1** Parámetros turbina TUDelft [53]

<b>Número de palas</b>	2
<b>Perfil</b>	NACA 0012
<b>Radio rotor (<math>R</math>)</b>	0,6 m
<b>Radio raíz rotor (<math>R_h</math>)</b>	0,18 m
<b>Cuerda</b>	0,08 m (constante)
<b>Angulo de torsión</b>	$\theta(r/R) = (6 + \theta_{tip}) - 6,67(r/R) \quad 0,3 \leq r/R \leq 0,9$ $\theta(r/R) = \theta_{tip} \quad 0,9 < r/R \leq 1$

La Tabla 4.1 muestra los distintos parámetros geométricos del experimento realizado. En este caso, el ángulo de torsión en la punta de pala es de  $\theta_{tip} = 2^\circ$ . Destacar que el uso de perfiles aerodinámicos, no empieza hasta el 30 % del radio total ( $0,3 R$ ).

Los datos experimentales muestran que el perfil empleado se encuentra bajo un número de Reynolds bajo, del orden de  $1,5 \cdot 10^5$  [53]. Se ha visto que los

resultados obtenidos mediante teoría BEM dependen, en gran medida, de los datos del perfil empleado.

Como se ha comentado anteriormente, el programa incluye la posibilidad de utilizar Viterna y Snel para modificar los datos obtenidos de manera experimental o numérica. Es preferible, siempre que sea posible, utilizar datos experimentales en un rango completo de ángulo de ataque. En caso contrario, también es preferible utilizar datos obtenidos mediante CFD. Se ha visto, que el modelo de Snel no funciona correctamente en circunstancias de Reynolds bajo. Con tal de validar el código BEM, dejando de lado errores en la modelización del perfil, se ha preferido utilizar datos experimentales en un rango de 0 a 180 grados. Se pueden consultar múltiples fuentes bibliográficas que incluyen medidas experimentales del perfil empleado (NACA 0012) [54] [55] [56].

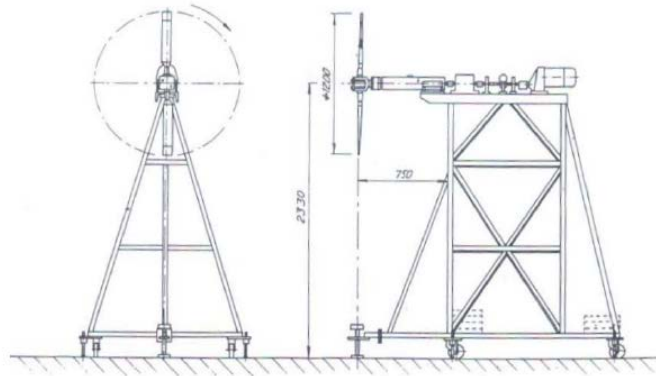


Figura 4.1 Turbina TUDelft [57]

Se realizan tres simulaciones con tal de estudiar configuraciones de ángulo de guiñada diferentes. Se utilizan 20 elementos en axial y 7 en guiñada. En ambas simulaciones (30° y 45°) se utiliza Beddoes-Leishman como modelo de cálculo no estacionario. En este caso, el modelo puede no ser necesario, teniendo en cuenta que el flujo se encontrará siempre adherido. Tanto  $\beta$  (Ángulo de conicidad) como  $\chi$  (Ángulo de 'tilt') son nulos en el experimento.

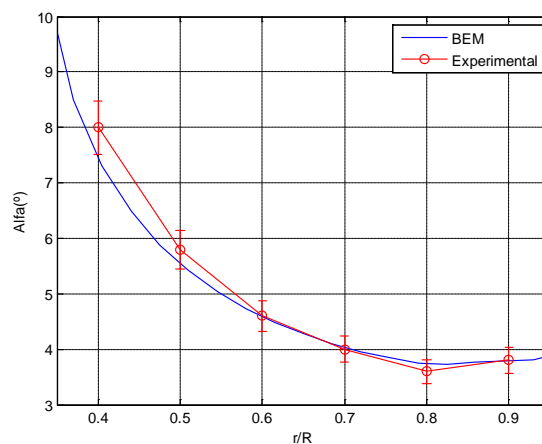
Tabla 4.2 Variables utilizadas en la simulación (BEM)

	Ángulo de guiñada	$\delta r$	$\delta t$	$\lambda$	$N_{rev}$
Simulación 1	0°	0,021 m	0 s	7,985	1
Simulación 2	30°	0,06 m	0,0072 s	7,985	1
Simulación 3	45°	0,06 m	0,0072 s	7,985	1

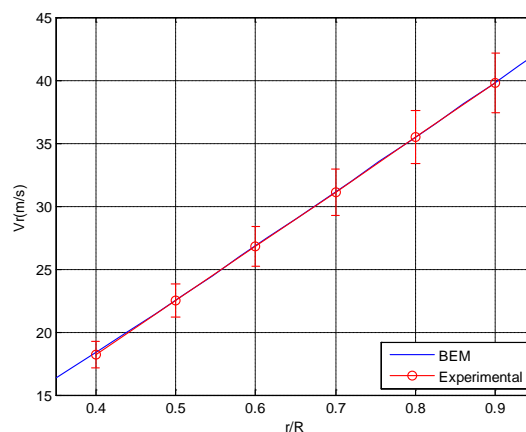
## 4.2. Caso 1: Flujo axial

En este primer caso, se muestran los distintos parámetros en función de la posición radial del elemento en cuestión. Según Tonio Sants, la incertidumbre en los resultados medidos experimentalmente puede rondar el 6-10% [10]. La Figura 4.2 muestra una buena correlación en el ángulo de ataque en todas las posiciones de la pala. Los valores obtenidos son coherentes teniendo en cuenta el valor de lambda ( $\lambda \approx 8$ ). A medida que lambda se hace más grande, el valor del ángulo de ataque tiende a reducirse [17]. La velocidad tangencial que ve el perfil es mayor en la punta, provocando, de este modo, una reducción en el ángulo de ataque en regiones externas de la pala.

La Figura 4.3 muestra que la velocidad relativa calculada coincide casi a la perfección con los datos experimentales. Esto es debido a que  $r\Omega \gg U_\infty$ , por lo que las discrepancias en el cálculo de la velocidad inducida no juegan un papel importante en el cálculo de la velocidad relativa.



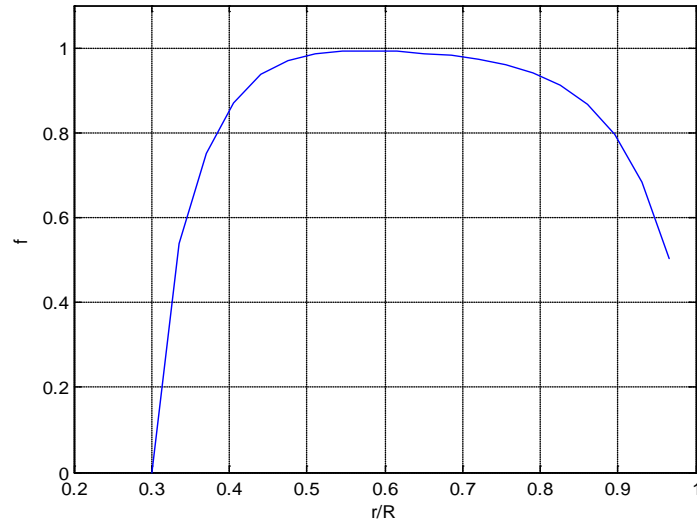
**Figura 4.2** Simulación 1: Ángulo de ataque



**Figura 4.3** Simulación 1: Velocidad relativa

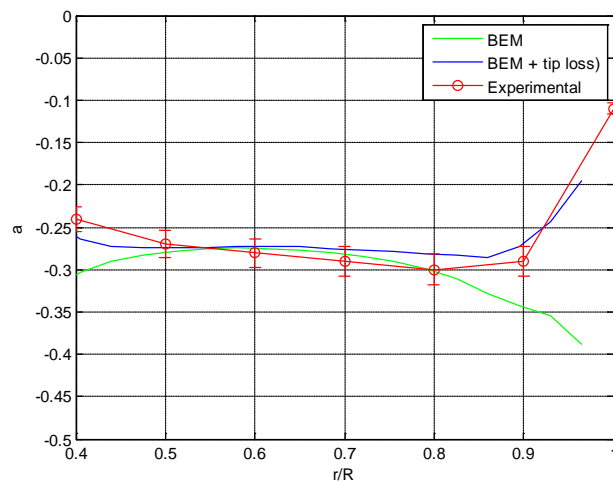


La Figura 4.4 muestra la variación que experimenta el factor de Prandtl a lo largo de la pala. Como era de esperar, este factor se acerca a uno en regiones intermedias, mientras que en regiones externas e internas tiende a reducirse para adaptarse a la distribución real de sustentación.



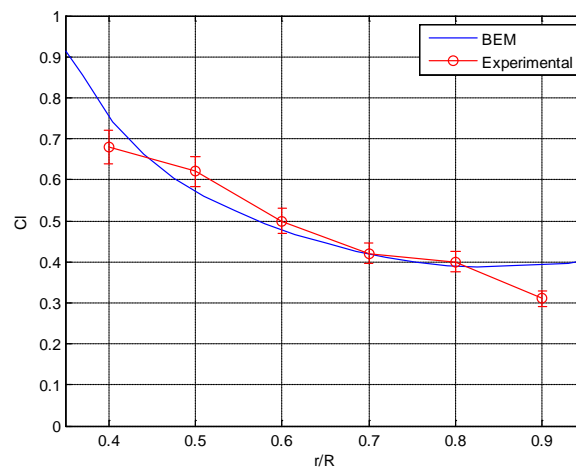
**Figura 4.4** Simulación 1: Factor de Prandtl

La Figura 4.5 muestra el factor de inducción axial ( $a$ ) a lo largo de la pala. En un primer caso, se presentan los resultados originales sin la incorporación del factor de Prandtl. Tras añadir la corrección, los resultados mejoran considerablemente tanto en la raíz como en la punta, incrementando el valor de la velocidad inducida en aquellos puntos donde la teoría BEM lo sobreestima (valor absoluto).



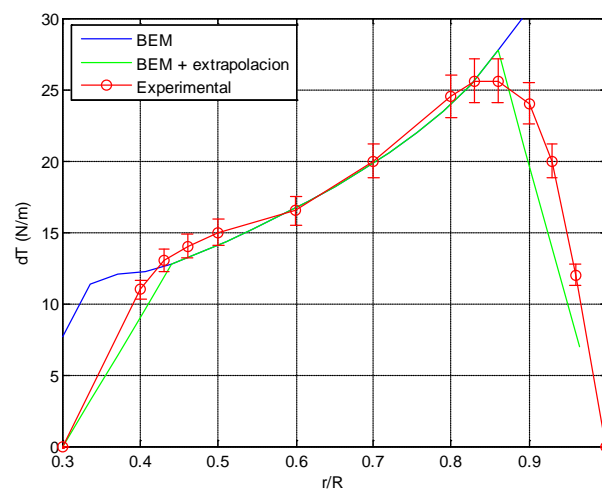
**Figura 4.5** Simulación 1: Factor de inducción axial

La Figura 4.6 muestra que el coeficiente de sustentación tiene buena correlación en secciones medias de la pala. Las pequeñas discrepancias se aprecian en regiones externas e internas, posiblemente debido a las deficiencias intrínsecas del modelo de Prandtl. Por lo visto, estas deficiencias dependen de la relación de aspecto ( $AR$ ). Al reducir el parámetro, la influencia es menor [10].

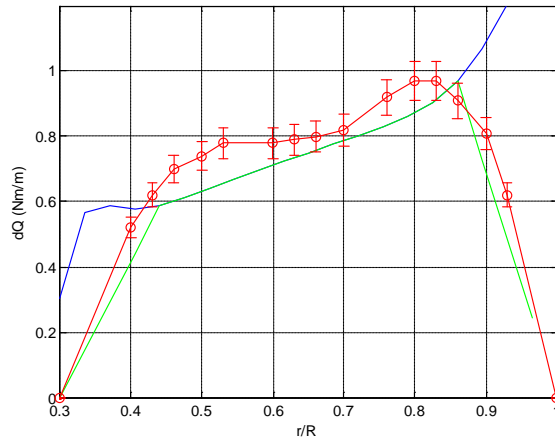


**Figura 4.6** Simulación 1: Coeficiente de sustentación

Las figuras (Figura 4.7 y Figura 4.8) muestran la distribución de tracción y par a lo largo de la pala. La teoría BEM, por sí sola, no tiene en cuenta que la circulación es cero en la punta y en la raíz, por lo que la sustentación en estos puntos en realidad ha de ser nula. En este caso, es necesaria una extrapolación lineal cerca de estos puntos que tenga en cuenta este efecto físico. Así pues, se muestran los resultados extrapolados y sin extrapolar. La extrapolación se tiene en cuenta en un rango específico ( $0,3 < r/R < 0,4$  y  $0,85 < r/R < 1$ ).



**Figura 4.7** Simulación 1: Tracción



**Figura 4.8** Simulación 1: Par

Por último, la Tabla 4.3 muestra el coeficiente de tracción y el coeficiente de potencia obtenidos. En este caso, los resultados experimentales se obtienen mediante galgas extensométricas [10]. Los resultados se adaptan bastante bien a la realidad. La diferencia en el coeficiente de potencia es mayor, probablemente porque durante la modelización se ha despreciado la contribución de momento atribuible al propio perfil. En este sentido, solo se ha tenido en cuenta el momento creado por el resto de fuerzas aerodinámicas.

**Tabla 4.3** Simulación 1: Comparativa de coeficientes (Caso 1)

Parámetro	Galgas extensométricas	Código BEM
$C_T$	0.80	0.81
$C_P$	0.32	0.43

### 4.3. Caso 2: Guiñada (30 grados)

En este segundo caso, se muestran los distintos parámetros en función de la posición azimutal del elemento en cuestión. Tal y como indica Tonio Sants, es difícil comparar alguno de los parámetros debido a la inexactitud de los datos experimentales obtenidos. Sants indica que la incertidumbre debe rondar el 8%, pero también indica que es difícil de contrastar. La incertidumbre en los datos es mayor cuando el ángulo de ataque se ve reducido. En condiciones de flujo en guiñada, el ángulo de ataque es menor en ciertas posiciones, por lo que el error obtenido debe ser mayor.

La Tabla 4.4 muestra el coeficiente de tracción obtenido experimentalmente mediante galgas extensométricas. También muestra el resultado medio obtenido

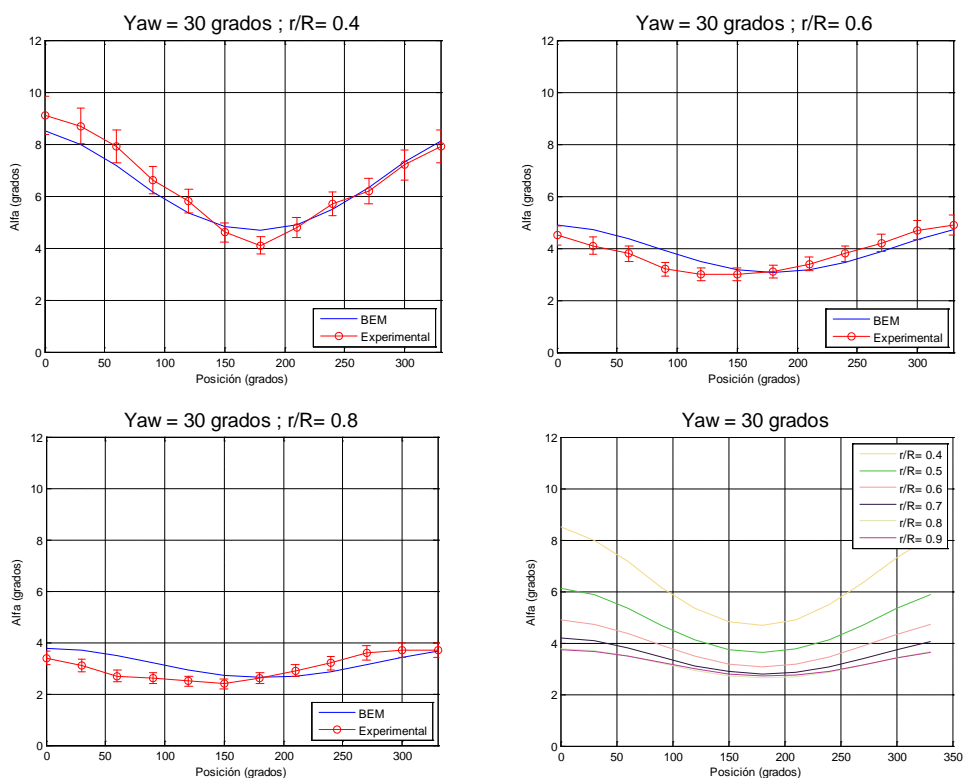
en una revolución mediante el método BEM. En este caso, la comparativa en el coeficiente de potencia no ha sido posible por falta de datos experimentales.

**Tabla 4.4** Comparación en el coeficiente de tracción (Caso 2)

Parámetro	Galgas extensométricas	Código BEM
$C_T$	0.69	0.66

Las figuras (Figura 4.9, Figura 4.10, Figura 4.11 y Figura 4.12) muestran ángulo de ataque, coeficiente de sustentación, tracción y par. La Figura 4.11 muestra que el factor inducido calculado es menor que el experimental en todas las posiciones. Esta diferencia posiblemente sea consecuencia de deficiencias en los modelos de Prandtl y Glauert. Este último tiene en cuenta la vorticidad en la punta de pala, pero no tiene en cuenta la vorticidad en la raíz. Esto explicaría, que en general los resultados sean peores en estas posiciones. El uso de un modelo dinámico mejorado ('dynamic inflow') que tuviera en cuenta la variación temporal en la estela mejoraría, probablemente, los resultados obtenidos.

Ciertas discrepancias provienen de la ecuación utilizada para representar el momento cinético. Un estudio más detallado, puede ser necesario, también, en este aspecto.



**Figura 4.9** Simulación 2: Ángulo de ataque

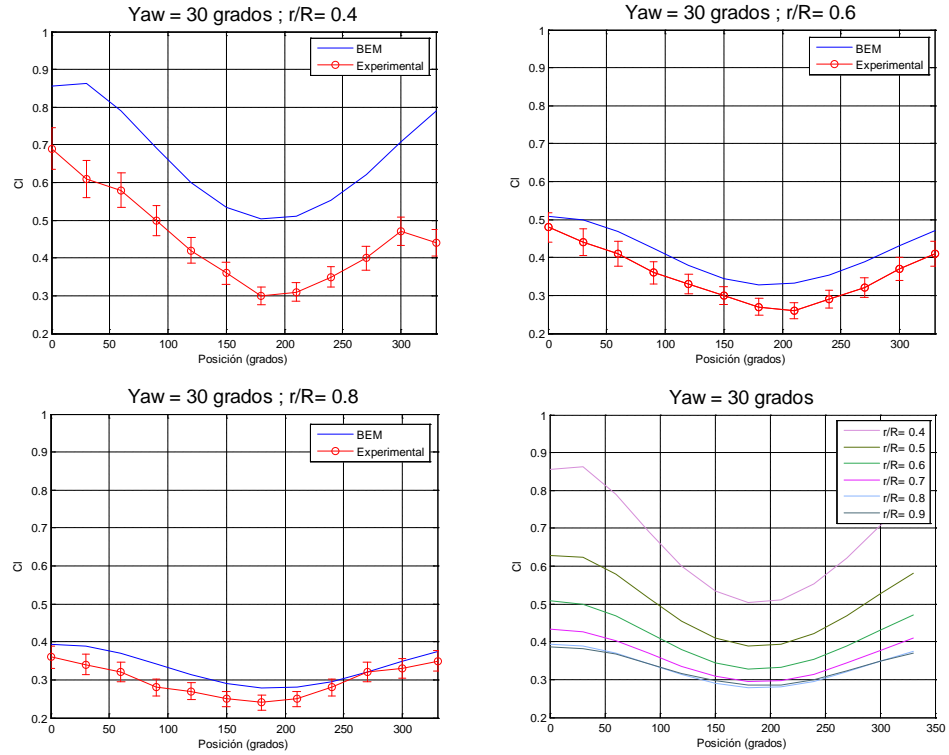


Figura 4.10 Simulación 2: Coeficiente de sustentación

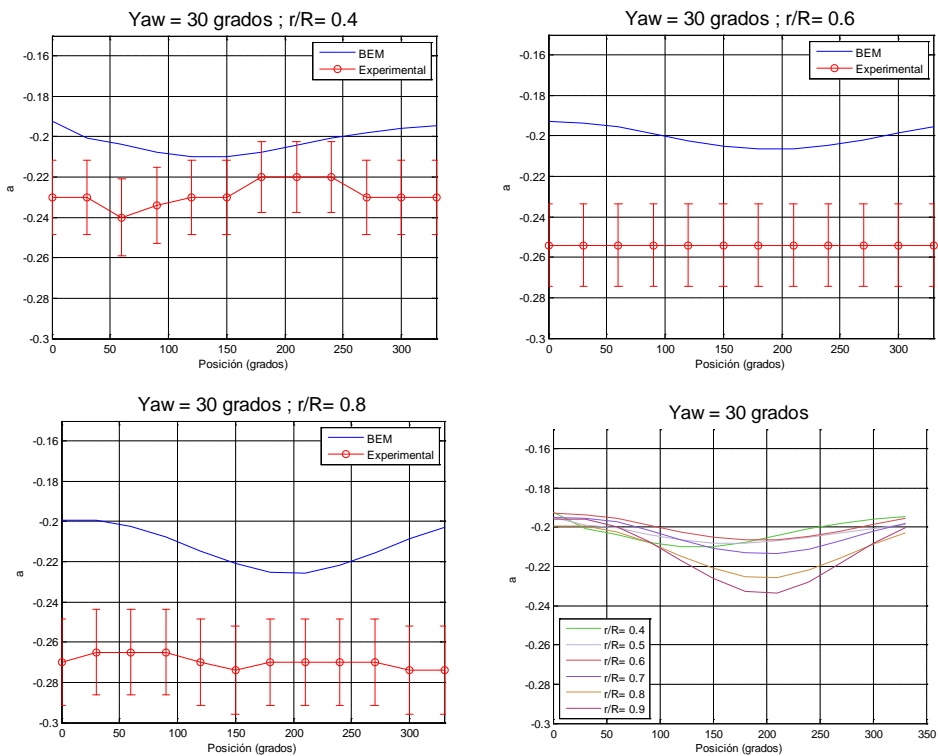


Figura 4.11 Simulación 2: Factor de inducción axial

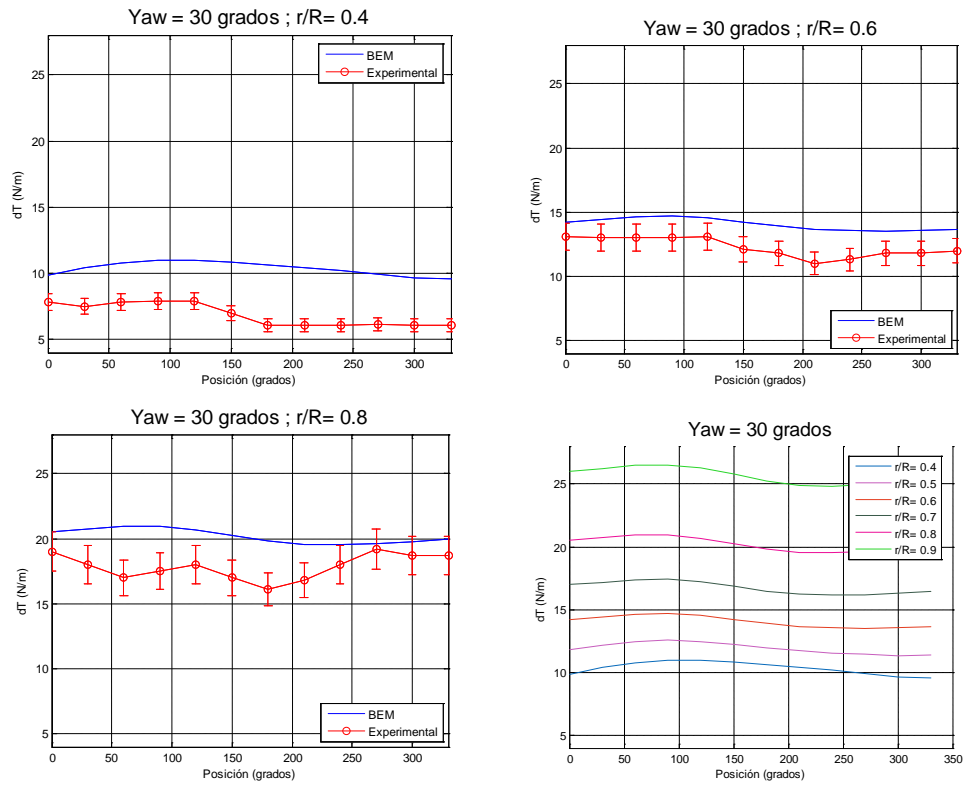


Figura 4.12 Simulación 2: Tracción

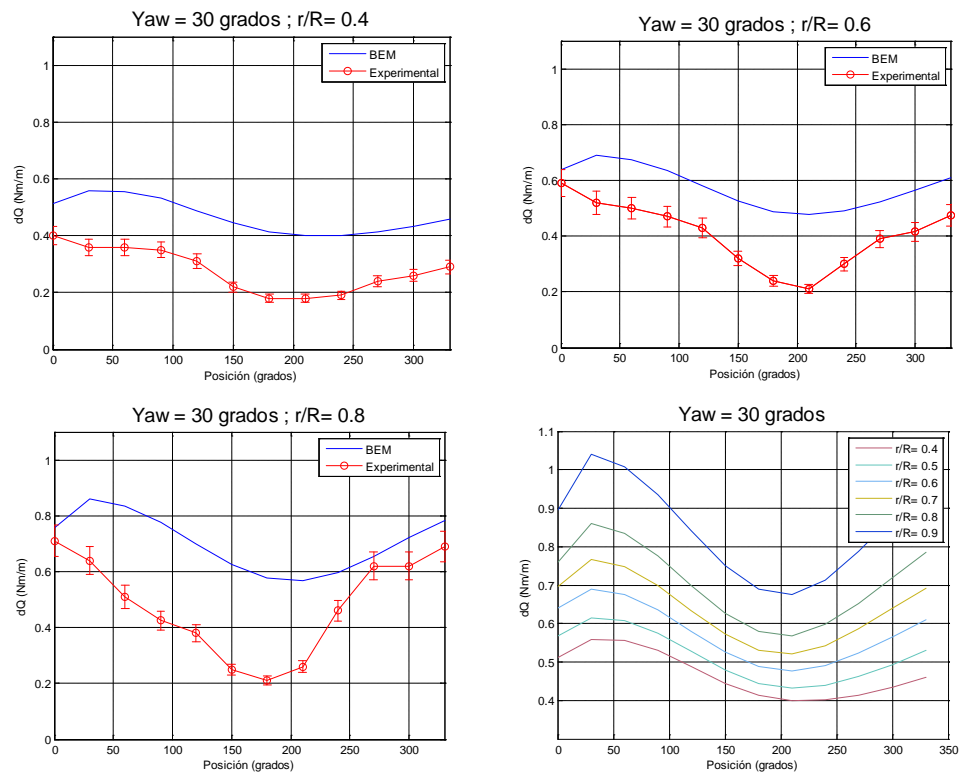


Figura 4.13 Simulación 2: Par

#### 4.4. Caso 3: Guiñada (45 grados)

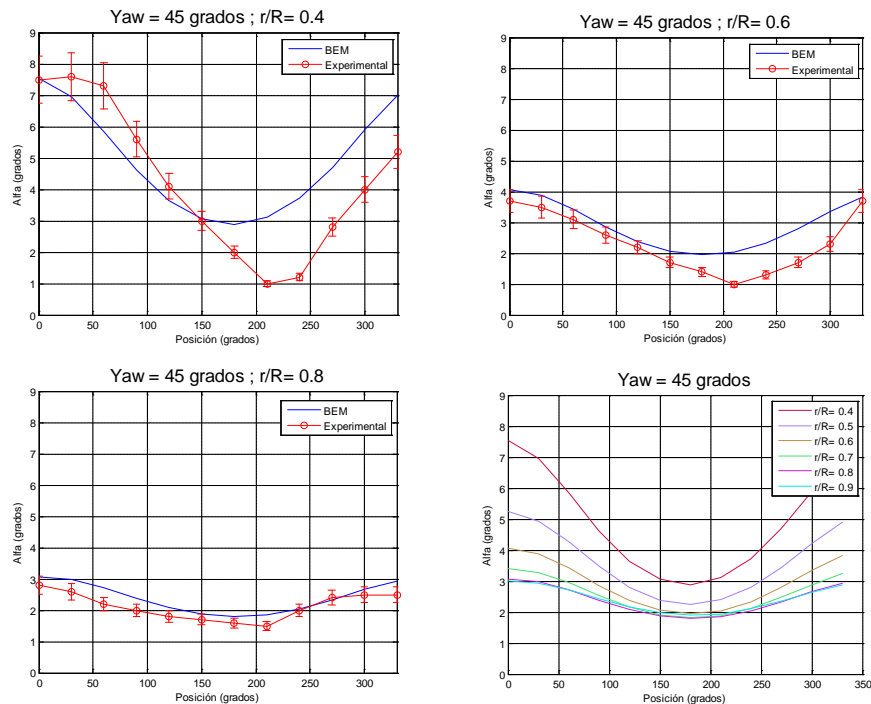
Este tercer caso es similar al anterior. Se muestran los distintos parámetros en función de la posición azimutal del elemento en cuestión. En este caso, los errores inducidos en el proceso experimental son aún mayores, por lo que la incertidumbre también lo es. La comparación es más difícil de realizar debido a que el error experimental es mayor. Tonio Sants indica que el error puede ser del 10% (probablemente más). A pesar de estas complicaciones, los resultados muestran buena correlación. Como en el caso anterior, los errores vienen provocados por deficiencias en el modelo teórico.

La Tabla 4.5 muestra el coeficiente de tracción obtenido experimentalmente mediante galgas extensométricas. También muestra el resultado medio obtenido en una revolución mediante el método BEM. En este caso, la comparativa en el coeficiente de potencia no ha sido posible por falta de datos experimentales.

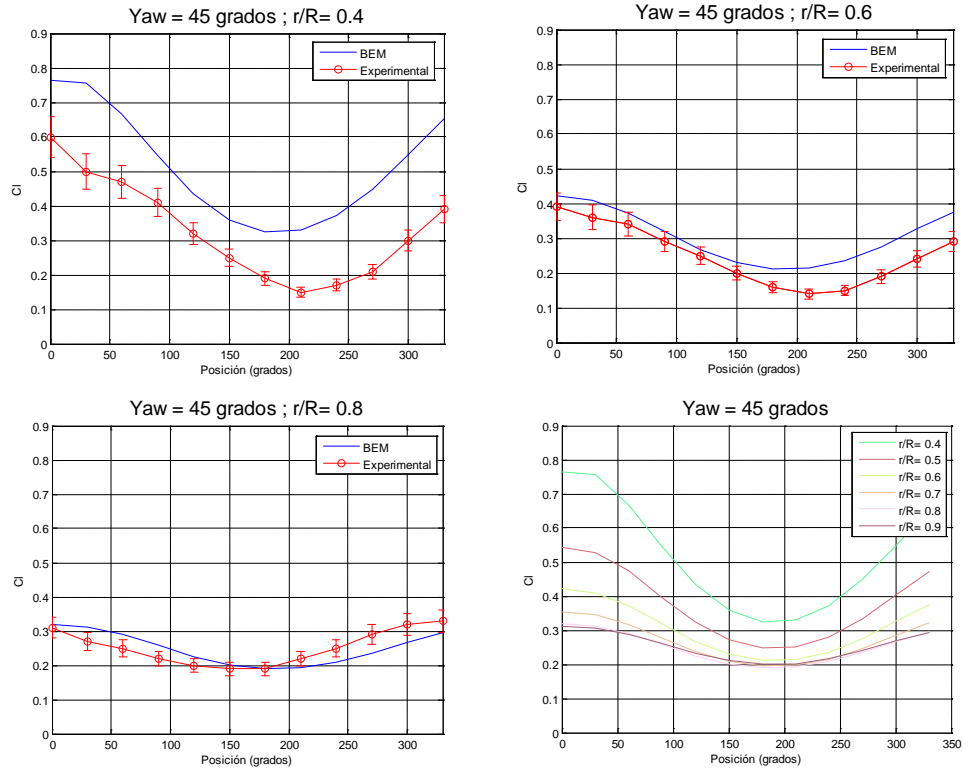
**Tabla 4.5** Comparación en el coeficiente de tracción (Caso 3)

Parámetro	Galgas extensométricas	Código BEM
$C_T$	0.51	0.49

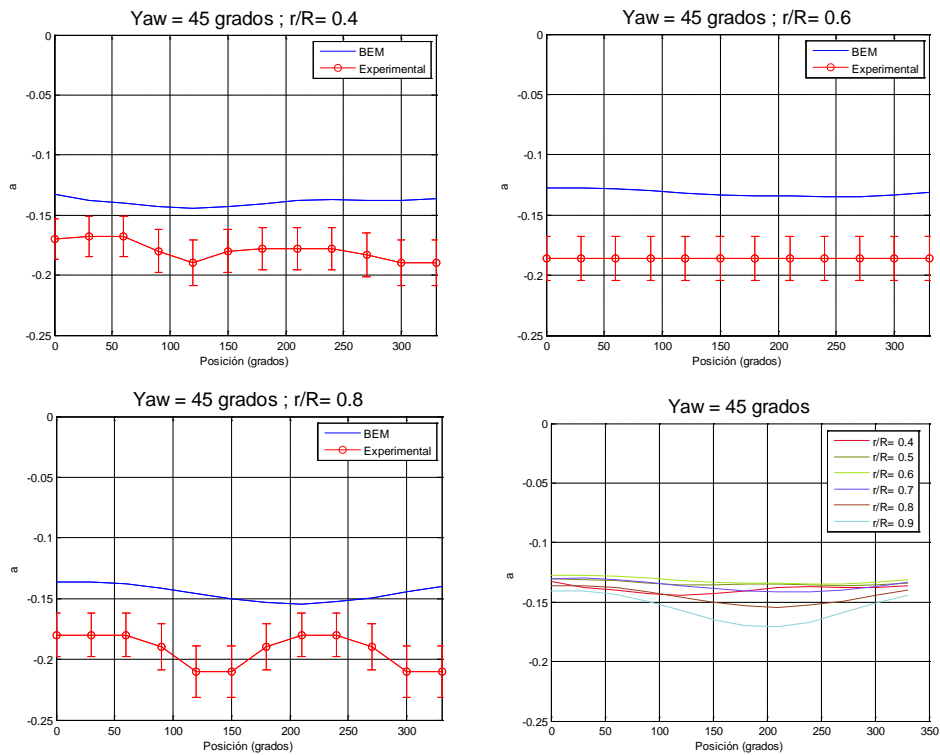
Las figuras (Figura 4.14, Figura 4.15, Figura 4.16, Figura 4.17) muestran ángulo de ataque, coeficiente de sustentación, tracción y par.



**Figura 4.14** Simulación 3: Ángulo de ataque



**Figura 4.15** Simulación 3: Coeficiente de sustentación



**Figura 4.16** Simulación 3: Factor de inducción axial



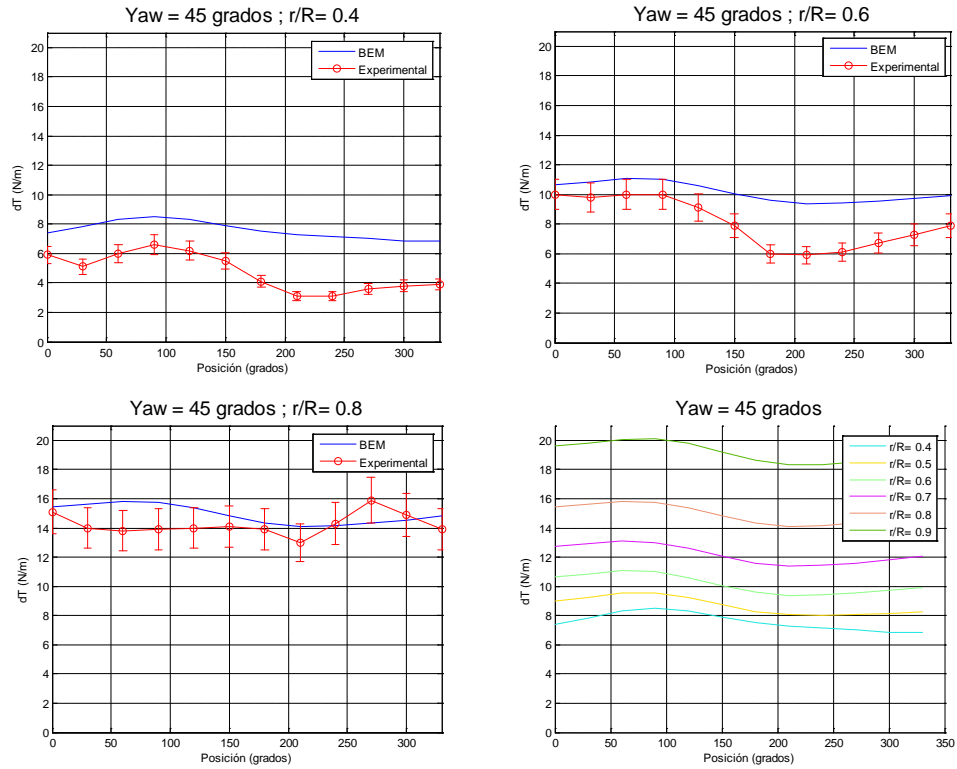


Figura 4.17 Simulación 3: Tracción

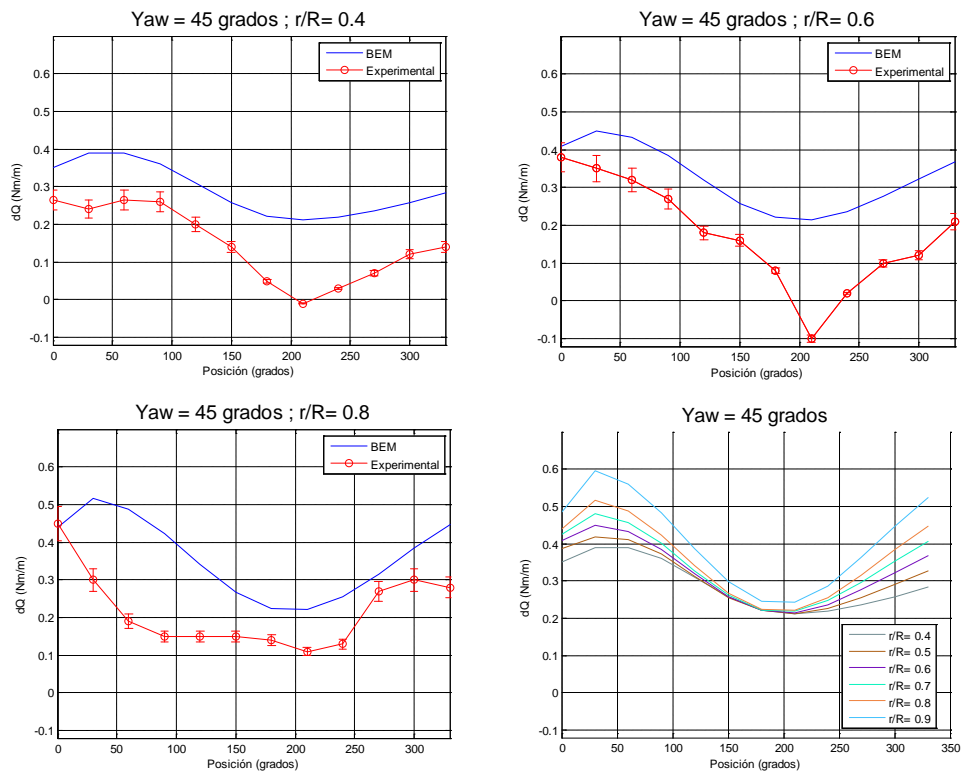


Figura 4.18 Simulación 3: Pa

## Capítulo 5. Conclusiones y trabajo futuro

El programa realizado cumple con las expectativas iniciales. Se ha implementado un modelo BEM mejorado que tiene en cuenta efectos de guiñada. El código tiene en cuenta los efectos no estacionarios presentes en las turbinas actuales e incluye, en este sentido, la formulación necesaria para modelizar estos efectos: modelo de Beddoes-Leishman. El código tiene, también, opciones de extrapolación de coeficientes aerodinámicos (Modelo de Viterna) y correcciones de los mismos por efectos rotacionales (Modelo de Snel). El proceso de desarrollo y validación arroja numerosas conclusiones:

- La física presente en el entorno eólico es compleja. Esta complejidad dificulta la modelización de los distintos procesos combinados que tienen lugar durante la operación de la turbina. El uso de métodos sencillos pero rápidos permite el cálculo de las fuerzas aerodinámicas y permite, de este modo, predecir la producción energética anual con ciertas limitaciones. La potencia necesaria de cálculo es inferior, lo que ha estimulado el uso de este tipo de herramientas en los cálculos realizados durante el proceso de diseño de aerogeneradores.
- Estas limitaciones pueden ser solucionadas parcialmente mediante medidas correctivas. Los resultados que se obtienen mediante la teoría BEM dependen, en gran medida, de los coeficientes aerodinámicos utilizados. Se ha visto que pequeños cambios en estos coeficientes pueden provocar resultados totalmente erróneos.
- El uso de coeficientes obtenidos experimentalmente o por CFD repercute positivamente en los resultados obtenidos. Siempre será conveniente utilizar estos coeficientes. En caso de que éstos sean desconocidos, se puede emplear la extrapolación implementada teniendo siempre presente que los resultados serán aproximados.
- El código desarrollado implementa distintos modelos correctivos. En este sentido, se añaden correcciones en punta y raíz (Prandtl) y modificaciones referentes a condiciones de estela en guiñada (Glauert). La mejora, en algunos casos, es notable. Un estudio en profundidad es necesario para perfeccionar aspectos que aún son mejorables.

- El modelo no estacionario, Beddoes-Leishman, tiene en cuenta modificaciones en el coeficiente de sustentación y resistencia. La validación del modelo muestra buena correlación en el coeficiente de sustentación.
- En condiciones de flujo axial, la correlación entre resultados experimentales y analíticos es muy buena. Bajo guiñada, la comparación es incierta. La incertidumbre en los resultados experimentales es grande, por lo que la comparativa es difícil. Los valores obtenidos no coinciden plenamente con los experimentales, pero presentan buena correlación.

En general, los objetivos iniciales se cumplen. El método BEM tiene aún potencial suficiente como para seguir siendo investigado. Son necesarias modificaciones en el modelo teórico empleado. Apenas se ha tenido en cuenta el coeficiente aerodinámico de momento y en algunos casos el coeficiente de resistencia no ha sido modificado convenientemente. No se han tenido en cuenta, por ejemplo, los efectos rotacionales sobre el coeficiente de resistencia. Por otro lado, es necesaria una extrapolación completa ( $\pm 180$  grados) que no se tiene en cuenta simplemente con el modelo de Viterna ( $\leq 90$  grados).

En el ámbito aeroelástico, la dinámica del sistema juega un papel fundamental. El conocimiento de los efectos elásticos sobre las palas es necesario. El código desarrollado se puede acoplar con otro módulo estructural con tal de tener en cuenta dicho efecto. En este sentido, son necesarias varias modificaciones en el código. En el presente trabajo la deformación se ha considerado nula y constante. En la formulación empleada ésta aparece con tal de modificar la dinámica de la pala. La deformación tiene que ser tratada en cada punto por lo que la forma de solucionar la ecuación es algo distinta.

Desde un punto de vista programacional, es necesaria una revisión del código en busca de fallos. El trabajo está basado en la implementación del modelo teórico y, en este sentido, puede descuidar aspectos informáticos desconocidos. En este sentido, la robustez del código puede verse comprometida, por lo que una revisión y validación más completa es imprescindible.

## **Impacto medioambiental**

El estudio aerodinámico y el código desarrollado, por sí solos, no inciden directamente en el medioambiente, por lo que se considera que su impacto medioambiental es despreciable.

El estudio de las fuerzas aerodinámicas tiene que ver principalmente con la extracción de energía del viento. La energía eólica es una energía limpia y segura, mucho más que fuentes térmicas de energía convencionales como el carbón, el petróleo o el gas natural. En comparación con las centrales nucleares, la energía eólica no genera ningún residuo peligroso, ni presenta riesgos de accidente.

Sin embargo las centrales eólicas generan algunas preocupaciones desde el punto de vista ambiental y de la comunidad. Las máquinas eólicas generan ruido y pueden ser visualmente molestas para las personas que viven cerca de ellas. Pueden también afectar el hábitat provocando daños en la fauna y flora silvestre.

En general, estas desventajas son un mal menor, y su implementación es considerada como necesaria para reducir los gases de efecto invernadero. El conocimiento aerodinámico completo puede facilitar la ascensión de la eólica en el sector energético.

## Organización y planificación

El presente trabajo ha sido desarrollado de manera individual durante siete meses. En los primeros tres meses el trabajo realizado se ha visto limitado debido a la realización de asignaturas incluidas en el plan de estudio. En Julio el trabajo se ha visto intensificado, marcando como fecha límite (deadline) el 22 de septiembre.

### Lista de tareas o actividades

Tabla 7.1 Lista de tareas

Tarea	Designación	Precedencias
A	Búsqueda de información general y configuración de la bibliografía	-
B	Asimilación de conceptos	-
C	Desarrollo del modelo teórico	-
D	Memoria y anexos	A, B
E	Implementación del modelo BEM en la herramienta de cálculo	C
F	Implementación del modelo de Snel y Viterna	C
G	Validación del modelo de Snel y Viterna	F
H	Implementación del modelo no estacionario (Beddoes-Leishman)	C
I	Validación del modelo no estacionario	H
J	Acoplamiento de los distintos modelos	E,F,I
K	Validación del código final	J

**Tarea A:** Se realiza una búsqueda exhaustiva que permita conocer el estado actual del tema a tratar.

**Tarea B:** A medida que esta información es recopilada se ha de entender. Ambas tareas se realizan de manera simultánea. La lectura y asimilación se realiza mientras los documentos son capturados de la red o biblioteca.

**Tarea C:** A partir de la información recopilada se realizan los primeros esquemas con el objetivo de crear el modelo teórico que posteriormente debe ser implementado en el código.

**Tarea D:** Una vez se han asimilado los conceptos tratados se puede empezar a redactar la memoria. Como es lógico, la redacción total no podrá llevarse a cabo hasta que todo el proyecto esté finalizado.

**Tarea E:** El conocimiento de la formulación necesaria permite empezar la creación del código principal.

**Tarea F:** De manera paralela, se crean funciones que se implementaran en el programa principal. La tarea F se centra en los modelos de Viterna y Snel.

**Tarea G:** Los modelos de Viterna y Snel se validan de manera separada.

**Tarea H:** De manera paralela, se empieza a desarrollar el modelo no estacionario como función independiente.

**Tarea I:** Una vez completada la tarea H, se valida el modelo de Beddoes-Leishman.

**Tarea J:** Después de la validación de los distintos modelos, se acoplan las distintas funciones que los implementan.

**Tarea K:** Se realiza una validación y test final.

**Tabla 7.2** Duración de las tareas

PLANIFICACIÓN		
Tarea	Duración	Periodo tiempo
Búsqueda de información general y configuración de la bibliografía	50 horas	7/03/14 – 4/06/14
Asimilación de conceptos	30 horas	12/03/14 - 4/06/14
Desarrollo del modelo teórico	100 horas	17/04/14 - 13/06/14
Memoria y anexos	80 horas	17/06/14 - 15/09/14
Implementación del modelo BEM en la herramienta de cálculo	80 horas	23/06/14 - 5/08/14
Implementación del modelo de Snel y Viterna	20 horas	17/06/14 - 25/06/14
Validación del modelo de Snel y Viterna	10 horas	30/06/14 - 7/07/14
Implementación del modelo no estacionario (Beddoes-Leishman)	70 horas	4/07/14 - 18/07/14
Validación del modelo no estacionario	20 horas	21/07/14 - 31/07/14
Acoplamiento de los distintos modelos	30 horas	8/08/14 - 12/08/14
Validación del código final	30 horas	13/08/14 - 22/08/14

## Diagrama de Gantt

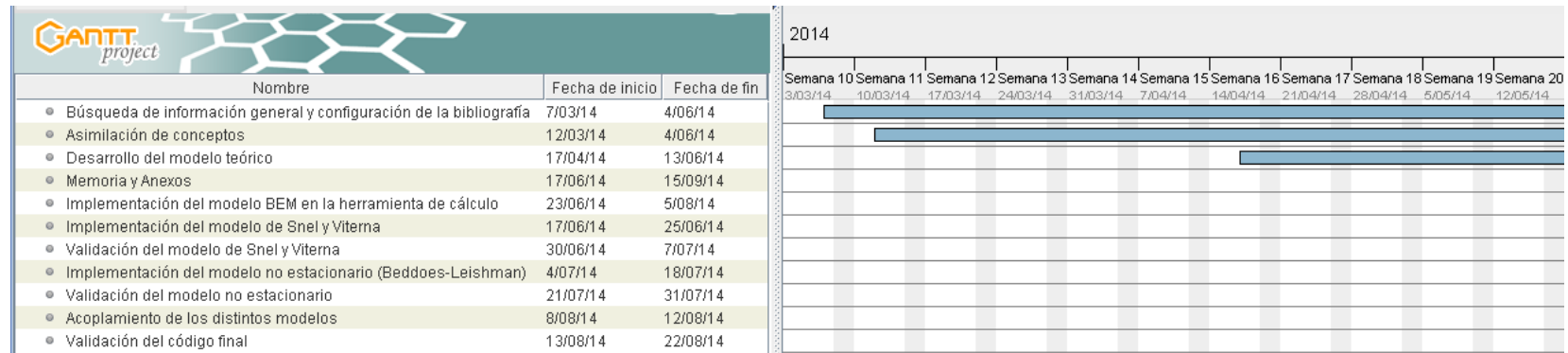


Figura 7.1 Diagrama de Gantt

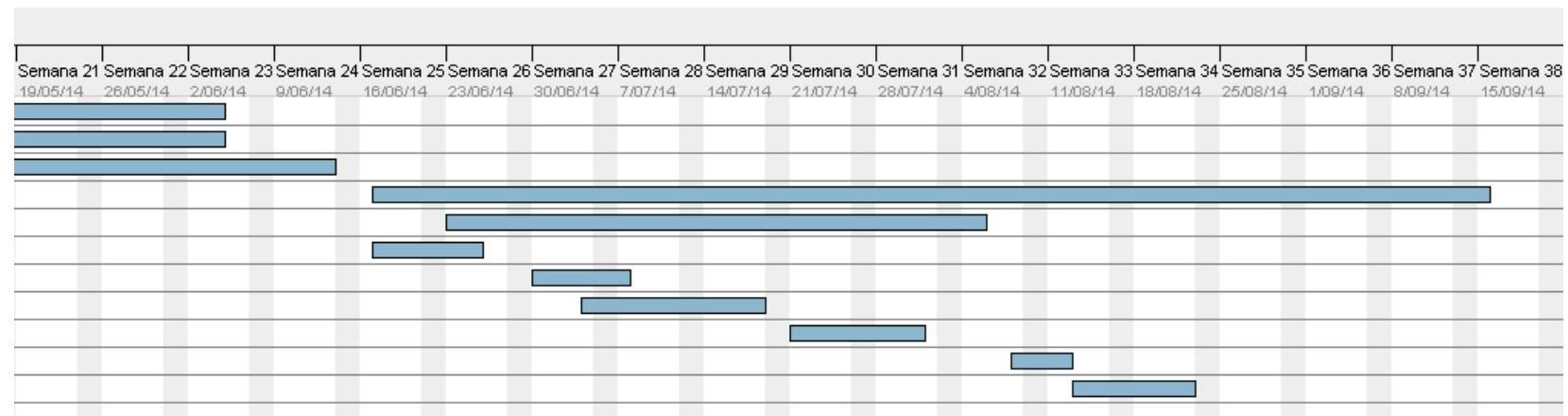


Figura 7.2 Continuación del diagrama de Gantt

## Bibliografía

1. Barnsley, M. L.; Gourdin, S. L., '*How2Guide for wind energy roadmap development and implementation*', IEA, Paris, 2013.
2. Snel H., '*Review of the Present Status of Rotor Aerodynamics*', *Wind Energy*, Vol. 1, pp. 46-69. 1998.
3. PROPID computer program, online, <http://aerospace.illinois.edu/m-selig/propid.html>, Last accessed September 9, 2014.
4. Bossanyi, E. A.; Quarton, D. C., '*GH Bladed – Theory manual*', *Garrad Hasan and Partners*, Final Report, 2003.
5. NWTCC Design Codes, online, <http://wind.nrel.gov/designcodes/simulators/> Last accessed September 8, 2014.
6. Moriarty, P. J.; Hansen, A. C., '*AeroDyn Theory Manual*', NREL/TP-500-36881. Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory, 2005.
7. Björck, A., '*AERFORCE: Subroutine Package for unsteady Blade-Element/Momentum Calculations*'. The aeronautical research institute of Sweden FFA, 2000-07.
8. Wilson, B., '*FAST AD advanced dynamics code*'. Technical Report OSU/NRELREPORT 99-01, NREL, Oregon State University, Corvallis, Oregon, 2000.
9. Garrido, V., '*Estudio y desarrollo de un código basado en la teoría de línea sustentadora para el cálculo aerodinámico de aerogeneradores*', ETSEIAT, 2013.
10. Sant, T., '*Improving BEM-based Aerodynamic Models in Wind Turbine design Codes*'. PhD thesis, Delft University of Technology, 2007.
11. Spera, D. A., '*Wind Turbine Technology – Fundamental Concepts of Wind Turbine Engineering*', ASME Press, New York, 1994.
12. Apuntes asignatura '*Disseny de aerogeneradors*', ETSEIAT, 2013.
13. GWEC (Global Wind Energy Council), '*Global Wind Report, Annual Market Update 2013*', Global wind report.
14. Anderson J. D., '*Fundamentals of Aerodynamics*', McGraw-Hill, 4th edition, 2004.



15. Schreck, S., '*The NREL Full-Scale Wind Tunnel Experiment, Introduction to the Special Issue*'. Wind Energy 2002; 5: 77–84. DOI: 10.1002/we.72.
16. Okulov, V.L., Sorensen J.N.; van Kuik G.A.M.; '*Development of the optimum rotor theories*'. Moscow-Izhevsk: R&C Dyn., 2013. 120 p. ISBN 978-5-93972-957-4.
17. Burton, T.; Sharpe, D.; Jenkins, N; Bossanyi, E., '*Wind Energy Handbook*', John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2001.
18. Liu, S.; Janajreh, I., '*Development and application of an improved blade element momentum method model on horizontal axis wind turbines*', Energy Environ. Eng, 2012.
19. Tavares, C. S.; Vicente, M. D., '*Unsteady Blade Element-Momentum Method Including Returning Wake Effects*', Sao Jose dos Campos, Vol.5, N 1. Pp.27-42, 2013.
20. Hans, W., '*Wind turbine aerodynamics in yaw - unraveling the measured rotor wake*', The Netherlands, 2011.
21. Schepers, J.G., '*Engineering models in wind energy aerodynamics. Development, implementation and analysis using dedicated aerodynamic measurements*'. Delft University of Technology, PhD thesis, 2012.
22. Hansen, A. C., '*Yaw Dynamics of Horizontal Axis Wind Turbines: Final Report*', Natl. Renewable Energy Lab., NREL Tech. Rep. 442-4822. 1992.
23. Martin, O.L; Hansen., '*Aerodynamics of Wind Turbines, Rotors, Loads and Structure*', James & James Ltd., London 2000, ISBN 1-902916-06-9
24. Breton, S., '*Study of the stall delay phenomenon and of wind turbine blade dynamics using numerical approaches and NREL's wind tunnel tests*', doctoral thesis done at Norwegian University of Science and Technology, 2008.
25. Snel H.; Schepers J.G., '*Joint Investigation of Dynamic Inflow Effects and Implementation of an Engineering Method*', Netherlands Energy Research Foundation, ECN-C-94-107, 1994.
26. Snel H.; Schepers J.G., '*Dynamic Inflow: Yawed Conditions and Partial Span Pitch Control*', Netherlands Energy Research Foundation, ECN-C-95-056, 1995.
27. Nualart, P., '*Study and development of semi-empirical methods for characterization of aerodynamic coefficients for wind turbine rotors*', ETSEIAT ALSTOM, 2009.

28. Larsen, J.; Nielsen S.; Krenk, S., '*Dynamic stall model for wind turbine airfoils*'. Journal of Fluids and Structures; 23(7): 959–982, 2007
29. Santos, R.; Schepers, J.G.; Pavel, M., '*Validation of the Beddoes Leishman Dynamic Stall model for Horizontal Axis Wind Turbines using Mexico data*', 49<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences meeting, 2011.
30. Pierce, K. G., '*Wind Turbine Load Prediction Using the Beddoes-Leishman Model for Unsteady Aerodynamics and Dynamic Stall*'. Department of Mechanical Engineering, University of Utah, 1996.
31. Gonzalez, A.; Munduate, X.; Gomez-Iradi, S., '*Validation of DYSTOOL for unsteady aerodynamic modeling of 2D airfoils*', CENER, 2014.
32. Björck, A., '*DYNSTALL: Subroutine Package with a Dynamic stall model*'. FFAP-V-110, The Aeronautical Research Institute of Sweden, 2000.
33. Viterna, L. A.; Janetzke, D.C., '*Theoretical and Experimental Power From Large Horizontal-Axis Wind Turbines*', National Aeronautics and Space Administration (NASA), September 1982.
34. Snel, H.; Houwink, R.; Bosschers, J., '*Sectional Prediction of Lift Coefficients on rotating wind turbine blades in stall*', ECN-C-93-052, Energy research Center of the Netherlands (ECN), 1994.
35. Lindenburg, C., '*Modelling of Rotational Augmentation Based on Engineering Considerations and Measurements*', Energy research Center of the Netherlands (ECN), London, 2004.
36. Jonkman, J.M., '*Modelling of the UAE Wind Turbine for Refinement of FAST\_AD*', NREL, 2003.
37. OSU Wind - Tunnel Test Data, online, [https://wind.nrel.gov/airfoils/OSU\\_data/data/](https://wind.nrel.gov/airfoils/OSU_data/data/) , Last accessed July 20, 2014.
38. Wind Turbine Testing in NASA Ames 80'x120' Wind Tunnel, online, <http://wind.nrel.gov/amestest/>, Last accessed August 20, 2014.
39. Lindenburg, C., '*Investigation into Rotor Blade Aerodynamics*'. ECN-C--03-025, Petten, 2003.
40. Aerofoil Tool, online: <http://airfoiltools.com/> , Last accessed July 20, 2014.
41. Leishman J.G.; '*Principles of Helicopter Aerodynamics*', Cambridge University Press, 2000.

42. Hansen, M.H.; Gaunaa, M.; Madsen, H.A., '*A Beddoes-Leishman type dynamic stall model in state-space and indicial formulations*', Risø-R-1354(EN), Risø National Laboratory, 2004.
43. Chantharasenawong, C., '*Nonlinear Aeroelastic Behaviour of Aerofoils Under Dynamic Stall*', Ph.D. thesis, Imperial College, London, 2007
44. Clark, B.M.; Bain, J.J.; Sankar, L.N.; Prasad, J.V.R., '*Modeling Dynamic Stall of the SC-1095 Airfoil at High Mach Number*', AIAA Paper No. 2010-877, Orlando, FL, 2010
45. Mert, M., '*Optimization of Semi-Empirical Parameters in the FFA-Beddoes Dynamic Stall Model*', FFA TN, The Aeronautical Research Institute of Sweden 1999-37.
46. Lei, H.; Deng, Y.; Jiang, Y.; Wang, N; De Tian; '*Airfoil Dynamic Stall Research of Wind Turbine*', Wind Energy Research Center of North China Electric Power University, 2013.
47. Pereira, R., '*Validating the Beddoes–Leishman dynamic stall model in the HAWT environment*', Msc Thesis, TUDelft, 2010.
48. Gupta, S.; Leishman G., '*Dynamic stall modelling of the S809 aerofoil and comparison with experiments*'. Wind Energy Wiley, 9: 521–547, 2006
49. Ramsay, R. R.; Hoffmann, M. J.; Gregorek, G. M., '*Effects of grit roughness and pitch oscillations on the S809 airfoil*' Technical report NREL/TP-442-7817, 1995.
50. Glauert H., '*A General Theory for the Autogiro*', ARC R & M 786, 1926.
51. Mathworks Matlab manual, online, <http://www.mathworks.com/> , Last accessed September 1, 2014.
52. Snel, H.; Schepers, J. G.; Montgomerie, B., '*The MEXICO project: The database and first results of data processing and interpretation*', IOP Publishing, 2007.
53. Haans, W.; Sant, T.; van Kuik, G; van Bussel, G.J.W., '*Measurement of Tip Vortex Paths in the Wake of a HAWT under Yawed Flow Conditions*', Journal of Solar Energy Engineering, Special Issue on Wind Energy, Vol. 127, No. 4, pp. 437-596, 2005.
54. Critzos, C. C.; Harry, H. H.; Robert, W. B., '*Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Airfoil Section at Angles of Attack from 0 to 180 Degrees*'. National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.

55. Sheldahl, R. E.; Paul, C. K., '*Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*'. No. SAND-80-2114. Sandia National Labs. Albuquerque, NM (USA), 1981.
56. Yin Lu, Y., '*Low-Reynolds-Number Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Airfoil Section at Angle of Attack from 0° to 180°*', University of Michigan, 2013.
57. Vermeer, L. J., '*A Review of Wind Turbine Wake Research at TUDelft*', AIAA-2001-0030, 20th ASME Wind Energy Symposium, 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, ASME, Reno, NV, 2001.

